Politechnika Wrocławska, Wydział Elektryczny (1), absolwent Wydziału Elektrycznego PWr (2)

### Wyznaczanie parametrów modeli obwodowych silników indukcyjnych

**Streszczenie:** Podano prostą metodę wyznaczania parametrów silnika klatkowego z wykorzystaniem danych katalogowych. Sposób obliczania parametrów zintegrowano z uproszczonym sposobem uwzględniania zmian wartości parametrów wywołanych wypieraniem prądu i nasyceniem obwodów magnetycznych. Uzyskiwane wyniki porównano z rezultatami wykorzystania kalkulatorów dostępnych w internecie lub skojarzonych z programem ATP/EMTP, łącznie z wersją uwzględniającą 2 równoległe gałęzie obwodu wirnika. W celu oceny dokładności metod określania parametrów, wykonano obliczenia przebiegów rozruchowych przykładowego silnika i porównano je z pomiarowymi. Pokazano możliwość wykorzystania wyznaczonych parametrów do modelowania rozruchu, pracy prądnicowej oraz hamowania przeciewiłączeniem i nawrotu.

**Abstract:** A simple method for determining the parameters of a squirrel cage motor using the catalog data is given. The method of calculating the parameters was integrated with a simplified way of taking into account changes in parameter values caused by displacement of current and saturation of magnetic circuits. The obtained effects were compared with the results of using the calculators available on the Internet or associated with the ATP / EMTP program, including the version taking into consideration two parallel branches of the rotor. In order to assess the accuracy of methods for determining the parameters, calculations of the start-up courses of the exemplary motor were made and compared with the measuring ones. It was shown the possibility to use the designated parameters for modeling the starting, generator work as well as for back-current braking and relapse. (Determining the parameters of induction motors circuit models)

Słowa kluczowe: silniki indukcyjne, parametry schematu zastępczego, modelowanie, rozruch, hamowanie elektryczne. Keywords: induction motors, equivalent circuit diagram parameters, modeling, starting, electrical braking.

### Wprowadzenie

Pomimo rozwoju sposobów modelowania polowego silników indukcyjnych, nadal w wielu zastosowaniach wykorzystywane są modele obwodowe. Są one znacznie prostsze, łatwiejsze do wykorzystania i dostarczają bezpośrednich informacji dotyczących przebiegów prądów, momentów i prędkości w ustalonych i nieustalonych stanach pracy silnika.

W związku z długoletnim okresem rozwoju teorii dotyczącej modelowania obwodowego, stosowane modele są dobrze rozpoznane i sprawdzone. Istnieją nawet programy - takie jak ATP czy Simulink - oferujące gotowe bloki zawierające model silnika, który można wykorzystywać w swoich aplikacjach. Jednak w przypadku modelowania rozbudowanych układów elektromechanicznych, konieczne jest dodanie do modelu silnika równań opisujących zachowanie pozostałych członów układu, które trzeba przystosować do wybranego środowiska programistycznego. Ponadto gotowe modele zawierają pewne ograniczenia czy uproszczenia, niektóre trudne do ścisłego rozpoznania, które mogą nie być skorelowane ze sposobem opisu pozostałych elementów systemu elektromechanicznego. Dlatego wielu badaczy nadal preferuje wykorzystanie własnego modelu silnika, w postaci układu równań różniczkowych i algebraicznych [20].

Pomimo rozwoju teorii obwodowego modelowania silników indukcyjnych, nadal występują problemy z właściwym wyznaczeniem wartości parametrów schematu zastępczego maszyny, które stanowią dane do symulacji. Wykorzystywanych jest do tego celu wiele różnych metod, różniących się stopniem komplikacji obliczeń i zakresem wymaganych danych. Niestety wyniki otrzymane różnymi metodami różnią się dość znacznie, a to wpływa na duże różnice pomiędzy uzyskiwanymi wynikami symulacji.

Najprostsza z metod wykorzystuje dane katalogowe silnika [9], ale znane są różne jej odmiany [12]. Metoda pomiarowa opiera się na znajomości wyników próby biegu jałowego i zwarcia [14]. Przy projektowaniu silnika, jego parametry wyznacza się z dość skomplikowanych wzorów, wymagających znajomości szczegółowych danych konstrukcyjnych uzwojeń, żłobków i obwodu magnetycznego [4, 9, 20]. Znane są również sposoby wykorzystujące pomierzone charakterystyki statyczne prądu i momentu [11, 12] lub charakterystyki dynamiczne [5, 13]. Inni autorzy proponują wykorzystanie krzywej zanikania prądu stojana po skokowym pobudzeniu lub szereg testów zatrzymanego silnika [19]. Można też wykorzystywać parametry pracy maszyny zmierzone przy różnym stopniu nagrzania silnika, parametry obwodu stojana po wyjęciu z czy też stosować optymalizację nieao wirnika wieloparametrową [6]. Dane modelu silnika można również wyznaczać przy zastosowaniu obliczeń polowych rozkładu pola magnetycznego metodą elementów skończonych przy programów komputerowych pomocy komercyjnych, niekomercyjnych lub własnych [1, 2]. Niektóre metody pozwalają pojedyncze wyznaczyć tylko wartości parametrów najcześciej odpowiadajace silnikowi zatrzymanemu lub pracującemu znamionowo. Inne umożliwiają wyznaczenie wielu wartości, odpowiadających różnym poślizgom.

Wykorzystanie danych katalogowych silnika jest metodą wygodną i często stosowaną przez użytkowników nie szczegółowymi dysponujacych danymi elektromagnetycznymi maszyny. Do obliczania parametrów tym sposobem można zastosować gotowe kalkulatory, np. pakiet WindSyn przystosowany do współpracy z ATP lub program motdatpr. Oba programy umożliwiają wyznaczenie parametrów silnika jednoklatkowego, a WindSyn ponadto głębokożłobkowego lub dwuklatkowego Dr7V potraktowaniu wirnika jako dwuobwodowego. Jednak autorom artykułu nie udało się dotrzeć do takiego opisu tych programów, który umożliwiałby pełną ocenę zastosowanych zależności. Wyniki uzyskane z wykorzystaniem obu kalkulatorów dla przykładowego silnika jednoklatkowego znacznie się różnią. Wartości rezystancji stojana uzyskane obu kalkulatorami nie tylko różnią się od siebie, ale dodatkowo żadna z nich nie odpowiadała zmierzonej w analizowanym silniku. Budzi to wątpliwości, czy uzyskiwane wartości parametrów są poprawne.

Kolejne problemy związane z wyznaczaniem impedancji modelu obwodowego silnika klatkowego wynikają ze zmienności tych parametrów wywołanej zjawiskami wypierania prądu w prętach wirnika i nasycania się obwodów strumieni magnetycznych przy zmianach prędkości obrotowej. W przypadku silnika jednoklatkowego zarówno podstawowe wzory wykorzystujące parametry konstrukcyjne, jak i oba wspomniane kalkulatory dla silników jednoklatkowych pomijają tę zmienność. Program WindSyn umożliwia uwzględnienie zmian parametrów silników przez uwzględnienie 2 równoległych gałęzi schematu zastępczego wirnika. Jednak wobec wątpliwości co do dokładności tego programu oraz występowania różnych jego wersji, wydaje się właściwe sprawdzenie wyników działania tego kalkulatora.

W niniejszym artykule podjęto próbę uściślenia wyników wyznaczania parametrów silnika prostą metodą wykorzystującą dane katalogowe. Sposób obliczania parametrów zintegrowano z uproszczonym sposobem uwzględniania zmian wartości parametrów przy zmianach prędkości maszyny. Uzyskiwane wyniki porównano z rezultatami wykorzystania wspomnianych kalkulatorów, łącznie z wersją uwzględniającą 2 równoległe gałęzie obwodu wirnika.

W celu oceny metod określania parametrów, wykonano obliczenia przebiegów rozruchowych przykładowego silnika i porównano je z pomiarowymi.

### Zmiany parametrów silnika

W przypadku takich stanów nieustalonych jak rozruch, hamowanie prądnicowe czy przeciwwłączeniem, zmienne parametry schematu zastępczego silnika można w przybliżeniu przedstawić jako funkcje poślizgu, bo zarówno wartość prądu, jak i częstotliwości w wirniku mają określony związek z poślizgiem [15]. W pracy [10] wyznaczono przebiegi zmian parametrów silników o różnych mocach. Przebiegi te w szerokim zakresie mocy mają podobny charakter. Pozwoliło to wyznaczyć ogólne funkcje aproksymujące zmiany poszczególnych parametrów [8]. Uwzględniono nie tylko zakres pracy silnikowej, ale również prądnicowej i hamowania przeciwwłączeniem lub nawrotu, tzn. poślizg może się zmieniać od s = -1 aż do s = 2. W przypadku przeciwwłączenia obliczając poślizg, należy zmienić znak prędkości synchronicznej (zamiast "ns" we wzorze (6) podstawiać " $-n_s$ ") [3].

Przyjęto stałość rezystancji stojana oznaczonej  $R_s$  oraz reaktancji magnesującej  $X_M$ . Wg literatury, zmiany reaktancji magnesującej tylko w nieznacznym stopniu wpływają na przebieg stanów nieustalonych, choć nie można zaniżyć wartości  $X_M$  [18]. Rezystancję gałęzi poprzecznej schematu  $R_{Fe}$  pominięto.

Rezystancję wirnika  $R_r$  aproksymowano dwoma odcinkami przechodzącymi przez punkty  $R_{r1}$  i  $R_{r0}$ odpowiadające odpowiednio wartościom rezystancji dla poślizgu równego jeden (s = 1) oraz dla poślizgu znamionowego ( $s = s_N \approx 0$ ). Funkcję aproksymującą wyrażono wzorami:

(1a) 
$$R_r = (R_{r1} - R_{r0}) \cdot (|s| - 1) + R_{r1} \quad dla \ 0 \le |s| \le 1$$

(1b) 
$$R_r = R_{r1}(0,1 \cdot s + 0,9)$$
  $dla \ s > 1$ 

Przebieg zmian reaktancji rozproszenia wirnika aproksymowano krzywą potęgową i prostą o nachyleniu zależnym od wartości poślizgu. Wykorzystano punkty o wartościach odpowiadających poślizgowi równemu jeden i znamionowemu, odpowiednio oznaczone  $X_{\sigma r1}$  i  $X_{\sigma r0}$ . Przyjęte równania krzywej aproksymującej mają postać:

(2a) 
$$X_{\sigma r} = \left(X_{\sigma r0} - X_{\sigma r1}\right) \cdot \left(1 - |s|\right)^{(5-3 \cdot |s|)} + X_{\sigma r1} dla \ 0 \le |s| \le 1$$
  
(2b) 
$$X_{\sigma r} = \frac{1}{4} \cdot X_{\sigma r1} \cdot \left(5 - |s|\right) \qquad dla \ |s| > 1$$

Zmiana reaktancji rozproszenia uzwojenia stojana w funkcji poślizgu jest stosunkowo niewielka. Opisano ją trzema odcinkami prostych:

(3a) 
$$X_{\sigma s} = X_{\sigma s1} \cdot (1, 1 - 0, 7 \cdot |s|)$$
 dla  $|s| \le 0, 1$ 

(3b) 
$$X_{\sigma s} = X_{\sigma s 1} \cdot (1,035 - 0,05 \cdot |s|)$$
 dla  $0,1 < |s| < 0,7$ 

$$(3c) \quad X_{\sigma s} = X_{\sigma s1} \qquad \qquad dla \quad |s| \ge 0,7$$

gdzie:

 $X_{\sigma s 1}$  – wartość reaktancji rozproszenia uzwojenia stojana dla poślizgu równego jeden.

# Wyznaczanie parametrów schematu zastępczego silnika ze wzorów przybliżonych, wykorzystujących dane katalogowe maszyny

Stosowane zależności zilustrowano przykładowymi obliczeniami. Przykład wykonano dla silnika o mocy 320 kW. Dane maszyny zebrano w tabeli 1.

Tab. 1. Parametry przykładowego silnika

Lp	Parametr	Oznaczenie	Wartość
1	Moc znamionowa	$P_N$	320 kW
2	Napięcie znamionowe	$U_N$	6000 V
3	Prędkość znamionowa	n <sub>N</sub>	990 obr/min
4	Znamionowy współczynnik mocy	$\cos \varphi_N$	0,79
5	Sprawność	η	0,94
6	Moment bezwładności	J	50,2 kgm <sup>2</sup>
7	Krotność prądu rozruchowego	İr	4,4
8	Krotność momentu rozruchowego	<i>m</i> <sub>r</sub>	1,7
9	Krotność momentu maksymalnego	$m_k$	1,75

Prąd znamionowy silnika określony jest zależnością [17]:

(4) 
$$I_N = \frac{P_N}{\sqrt{3} \cdot U_N \cdot \cos\varphi \cdot \eta_N} = \frac{320000}{\sqrt{3} \cdot 6000 \cdot 0.79 \cdot 0.94} = 41.5 \text{ A}$$

Moment znamionowy (przy założeniu strat mechanicznych 1,5%):

(5) 
$$M_N = \frac{p \cdot 1,015 \cdot P_N}{\omega} = \frac{3 \cdot 1.015 \cdot 320000}{314} = 3100 \text{ Nm}$$

Poślizg znamionowy:

(6) 
$$s_N = \frac{n_s - n_N}{n_s} = \frac{1000 - 990}{1000} = 0.01$$

Poślizg krytyczny:

(7) 
$$s_k = s_N \cdot \left( m_k + \sqrt{m_k^2 - 1} \right) = 0,01 \cdot \left( 1,75 + \sqrt{1,75^2 - 1} \right) = 0,032$$

Rezystancja stojana, która ma wartość stałą:

$$R_{s} = \frac{U_{N}^{2} \cdot (1 - s_{N})}{2 \cdot c_{1} \cdot (1 + \frac{c_{1}}{s_{k}}) \cdot m_{k} \cdot 1,015 \cdot P_{N}} =$$

$$= \frac{6000^{2} \cdot (1 - 0,01)}{2 \cdot 1,03 \cdot (1 + \frac{1,03}{0,032}) \cdot 1,75 \cdot 1,015 \cdot 320000} = 0,917\Omega$$

gdzie współczynnik  $c_1 = 1 + \frac{x_s}{x_M}$ , a w przybliżeniu przyjęto  $c_1 = 1,03$ .

Ze sprawdzającego pomiaru wykonanego przy napięciu stałym, uzyskano wartość rezystancji stojana  $R_{s=}$  = 0,666  $\Omega$ , a przeliczając tę wartość na napięcie zmienne

 $R_{s\,pom} = 1,03 \cdot 0,666 = 0,686 \,\Omega.$ 

Wartości parametrów obwodu wirnika podawano przeliczone na stronę stojana, bez specjalnych oznaczeń. Przeliczona wartość rezystancji wirnika określona jest ogólną zależnością:

(9) 
$$R_r = \frac{M_e \cdot \omega \cdot s}{3 \cdot p \cdot I_s^2}$$

Wobec tego, rezystancję wirnika dla s = 1 można wyznaczać ze wzoru:

(10) 
$$R_{r1} = \frac{m_r \cdot M_N \cdot \omega \cdot s}{3 \cdot i_r^2 \cdot I_N^2} = \frac{1.7 \cdot 3100 \cdot 314}{3 \cdot 3 \cdot 4.4^2 \cdot 41.5^2} = 5.514 \,\Omega$$

natomiast wartość rezystancji wirnika dla  $s = s_N$ :

(11) 
$$R_{r0} = \frac{M_N \cdot \omega \cdot s_N}{3 \cdot p \cdot I_N^2} = \frac{3100 \cdot 314 \cdot 0.01}{3 \cdot 3 \cdot 41.5^2} = 0.628 \ \Omega$$

Zmieniają się również reaktancje rozproszenia. Reaktancja rozproszenia stojana odpowiadająca poślizgowi krytycznemu:

(12)  

$$X_{\sigma s k} = \frac{1}{4,2} \cdot \frac{U_N^2 \cdot (1 - s_k)}{1,015 \cdot P_N \cdot m_k} - R_s = \frac{1}{4,2} \cdot \frac{6000^2 \cdot (1 - 0.032)}{1,015 \cdot 320000 \cdot 1.75} - 0.917 = 13,680 \,\Omega$$

Przekształcając wzór (3a) uzyskano zależność:

(13) 
$$X_{\sigma s 1} = \frac{X_{\sigma s}}{(1, 1 - 0, 7 \cdot |s|)}$$

Dla  $s = s_k$  powyższy wzór przybiera postać:

(14) 
$$X_{\sigma s 1} = \frac{X_{\sigma s k}}{(1, 1 - 0, 7 \cdot |s_k|)} = \frac{13,680}{(1, 1 - 0, 7 \cdot 0,032)} = 12,694 \,\Omega$$

Zapisując wzór (3a) dla  $s = s_N$  otrzymuje się

(15) 
$$\begin{array}{l} X_{\sigma s 0} = X_{\sigma s 1} \cdot \left(1, 1 - 0, 7 \cdot |s_N|\right) = 12,694 \cdot \left(1, 1 - 0, 7 \cdot 0, 01\right) = \\ = 13.874 \ \Omega \end{array}$$

W dalszej kolejności wyznaczano reaktancje wirnika. Reaktancję rozproszenia wirnika (przeliczoną na stronę stojana) dla poślizgu *s* = 1 można wyznaczyć następująco:

(16)  

$$X_{\sigma r1} = \sqrt{\left(\frac{U_N}{\sqrt{3} \cdot i_r \cdot I_N}\right)^2 - 4 \cdot R_s^2 - X_{\sigma s1}} = \sqrt{\left(\frac{6000}{\sqrt{3} \cdot 4, 4 \cdot 41, 5}\right)^2 - 4 \cdot 0,944^2} - 12,694 = 6,180 \ \Omega$$

Przekształcając wzór na moment krytyczny silnika, uzyskano zależność:

(17)  
$$X_{\sigma r k} = \frac{p \cdot U_N^2}{2 \cdot m_k \cdot M_N \cdot \omega} - X_{\sigma s k} =$$
$$= \frac{3 \cdot 6000^2}{2 \cdot 1,75 \cdot 3100 \cdot 314} - 13,653 = 18,047 \ \Omega$$

Zapisując wzór (2a) dla  $s = s_k$  otrzymuje się

(18) 
$$X_{\sigma rk} = (X_{\sigma r0} - X_{\sigma r1}) \cdot (1 - s_k)^{(5 - 3 \cdot s_k)} + X_{\sigma r1}$$

a po przekształceniach

(19)  
$$X_{\sigma r0} = \frac{X_{\sigma rk} + X_{\sigma r1} \cdot \left[1 - (1 - s_k)^{(5 - 3 \cdot s_k)}\right]}{(1 - s_k)^{(5 - 3 \cdot s_k)}} = \frac{18,047 + 6,207 \cdot \left[1 - (1 - 0,032)^{(5 - 3 \cdot 0,032)}\right]}{(1 - 0,032)^{(5 - 3 \cdot 0,032)}} = 22,241 \,\Omega$$

Reaktancję wzajemną uzwojeń stojana i wirnika, uwzględniającą wspólne działanie trzech faz stojana i wirnika (reaktancję magnesowania) można wyznaczyć ze wzoru przybliżonego:

$$X_{M} = \frac{U_{N}}{\sqrt{3} \cdot I_{N} \cdot \left(\sqrt{1 - (\cos\varphi)^{2}} - \frac{s_{N}}{s_{k}} \cdot \cos\varphi\right)} - X_{\sigma s 0} =$$

$$(20) = \frac{6000}{\sqrt{3} \cdot 41.5 \cdot \left(\sqrt{1 - (0.79)^{2}} - \frac{0.01}{0.032} \cdot 0.79\right)} - 13.766 =$$

$$= 214.156 \,\Omega$$

Odpowiada to przyjęciu prądu magnesowania na poziomie 39%, co dla rozważanej maszyny jest prawdopodobne.

Parametry schematu zastępczego zebrano w tabeli 2. Wartości wyliczone ze wzorów od (10) do (20) zebrano w kolumnie 4. Kolumna 5 zawiera wartości uzyskane z wykorzystaniem kalkulatora internetowego "motdatpr".

Kolejne kolumny uzyskano z kalkulatora WindSyn w wersji 1a – dla silnika jednoklatkowego (kol. 6), dwuklatkowego (kol. 7) oraz głębokożłobkowego (kol. 8).

Aby skorzystać z programu WindSyn, moc w [kW] trzeba przeliczyć na [hp], mnożąc przez współczynnik 1,34048. Po wczytaniu wartości wejściowych, program dokonuje ich korekty w celu zapewnienia spójności wprowadzonych danych. Powoduje to zmiany wartości części parametrów, na które użytkownik nie ma wpływu. potraktowaniu Przykładowo przy silnika jako jednoklatkowego (kol. 6), program zmodyfikował wartość współczynnika mocy z 0,79 na 0,78, a sprawności z 0,94 na 0,87. Dopiero tak skorygowane dane są wykorzystywane w dalszych obliczeniach parametrów. Program WindSyn uwzględnia nasycenie, domyślnie przyjmując, że pojawia się ono przy wzroście prądu ponad 2·I<sub>N.</sub> W wynikach obliczeń podawane są podwójne wartości reaktancji rozproszenia – bez nasycenia i z nasyceniem. Przyjęto, że wartości z nasyceniem odpowiadają poślizgowi 1 ( $X_{\sigma s1}$  i  $X_{\sigma r1}$ ), a uzyskane bez nasycenia poślizgowi znamionowemu  $(X_{\sigma s0} i X_{\sigma r0}).$ 

Nowsza wersja programu WindSyn jest bezpośrednio zintegrowana z programem ATP. W kolejnych wariantach obliczeń parametrów wykorzystano wersję dołączoną do AtpDraw 5.8. Silnik przykładowy jest maszyną głębokożłobkową, więc ten wariant poddano dalszej analizie. W kolumnie 9 podano wartości parametrów uzyskane z programu WindSyn połączonego z ATP dla silnika głębokożłobkowego po wciśnięciu klawisza Fit&View. Użycie kolejnego klawisza, oznaczonego Refit (Popraw) powoduje skorygowanie wartości parametrów. Te skorygowane parametry zebrano w kolumnie 10. W tej wersji programu nie rozróżnia się wartości z nasyceniem i bez niego. W przypadku silnika dwuklatkowego i głębokożłobkowego program WindSyn uwzględnia 2 równoległe gałęzie obwodu wirnika (rys. 1). Wyróżniono parametry obwodu 1 (o1) i obwodu 2 (o2).

Dla silnika dwuklatkowego (kol. 7), program WindSyn wymaga podania współczynnika rozkładu obciążeń pomiędzy dwoma obwodami klatek. Współczynnik ten pozostawiono na poziomie domyślnym przyjmowanym jako 1,0. Natomiast przy potraktowaniu silnika jako głębokożłobkowy (kol. 8 do 10), współczynnik rozdziału obciążeń między dwa obwody wirnika, którymi są warstwy pręta klatki, przyjmowany jest domyślnie jako 0,6.



Rys. 1. Schemat zastępczy wirnika dwuklatkowego i głębokożłobkowego oraz jego przekształcona postać

Tab. 2. Parametr	y schematu zastępczego	(z pomiaru R	$s_{pom} = 0,686 \ \Omega$
------------------	------------------------	--------------	----------------------------

		גנמ במטנקר	<u> </u>	permarar	spon e,ee	• == /				
Lp	Parametr	Oznacz.	Wg artykułu	Kalkul. motdatpr	Kalkul. WindSyn jednoklatk.	Kalkul. WindSyn dwuklatk.	Kalkul. WindSyn głębokożłob.	WindSyn z ATP "Fit&View" głębokożłob.	WindSyn z ATP "Refit" głębokożłob.	Par. z kol. 8 do porówn. z kol. 4
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	Rezystancja stojana [Ω]	Rs	0,917	3,333	3,176	3,176	3,176	2,994	3,331	3,176
2	Rezystancja wirnika, przeliczona na stronę stojana <i>R</i> , [Ω]	dla s=1 R <sub>r1</sub>	5,514	-0,894	8,581	R <sub>ro1</sub> =15,623 R <sub>ro2</sub> = 1,092	R <sub>ro1</sub> =10,840 R <sub>ro2</sub> = 1,127	R <sub>ro1</sub> =6,397 R <sub>ro2</sub> = 1,050	R <sub>ro1</sub> =9,979 R <sub>ro2</sub> =1,114	9,099
		dla s=s <sub>N</sub> R <sub>r0</sub>	0,628							1,026
3	Reaktancja rozproszenia stojana X <sub>σs</sub> [Ω]	dla s=1 X <sub>σs1</sub>	12,694	9,524	8,057	4,452	5,842	7,544	5,668	11,684
		dla s=s <sub>N</sub> X <sub>σs0</sub>	13,874		10,342	5,715	7,499			14,917
4	Reaktancja rozproszenia wirnika, przeliczona na stronę stojana X <sub>σr</sub> [Ω]	dla s=1 X <sub>or1</sub>	6,180	9,524	8,057	X <sub>or101</sub> = 4,452 X <sub>or102</sub> =21,159	X <sub>σr1o1</sub> = 5,842 X <sub>σr1o2</sub> =25,777	$X_{\sigma ro1}$ = 7,544 $X_{\sigma ro2}$ =12,406	X <sub>σro1</sub> = 5,668 X <sub>σro2</sub> =18,479	3,750
		dla s=s <sub>N</sub> X <sub>σr0</sub>	22,241		10,342	$X_{\sigma r 0 o 1} = 5,175$ $X_{\sigma r 0 o 2} = 22,421$	$X_{\sigma r 0 o 1} = 7,499$ $X_{\sigma r 0 o 2} = 27,434$			22,432
5	Reaktancja magnesowania [Ω]	X <sub>M</sub>	214,156	161,700	155,700	172,637	189,562	116,153	164,307	189,562

W przypadku WindSyn 1a przy obliczaniu reaktancji rozproszenia uwzględnia się wartości dla stanu nasyconego i nienasyconego (dla poślizgu 1 i bliskiego 0). Wartości reaktancji dla innych poślizgów podczas rozruchu wyznaczano ze wzoru (2a). Wykorzystując  $X_{\sigma rlo1}$  i  $X_{\sigma r0o1}$ wyrażono  $X_{\sigma ro1}$  i tak samo dla obwodu nr 2 wykorzystując  $X_{\sigma rlo2}$  i  $X_{\sigma r0o2}$  wyrażono  $X_{\sigma ro2}$ . Dla parametrów z kol. 7:

(21) 
$$X_{\sigma rol} = (5,175-4,452) \cdot (1-s)^{(5-3\cdot s)} + 4,452 \ \Omega$$

(22) 
$$X_{\sigma ro2} = (22,421-21,159) \cdot (1-s)^{(5-3\cdot s)} + 21,159 \ \Omega$$

Podobnie w przypadku kol. 8:

(23) 
$$X_{\sigma rol} = (7,499-5,842) \cdot (1-s)^{(5-3 \cdot s)} + 5,842 \Omega$$

(24) 
$$X_{\sigma ro2} = (27,434 - 25,777) \cdot (1 - s)^{(5 - 3 \cdot s)} + 25,777 \Omega$$

Natomiast dla wszystkich wariantów dwuobwodowych (kol. do 7 do 10), równoległe gałęzie obwodu wirnika sprowadzano do rezystancji i reaktancji zastępczej (rys. 1) wg wzorów:

(25) 
$$R_{r} = \frac{\frac{R_{ro1}^{2} \cdot R_{ro2} + R_{ro2}^{2} \cdot R_{ro1}}{s^{2}} + R_{ro1} \cdot X_{\sigma ro2}^{2}}{\left(\frac{R_{ro1} + R_{ro2}}{s}\right)^{2} + X_{\sigma ro2}^{2}}$$

(26) 
$$X_{\sigma r} = \frac{\frac{R_{rol}^2 \cdot X_{\sigma ro2}}{s^2}}{\left(\frac{R_{rol} + R_{ro2}}{s}\right)^2 + X_{\sigma ro2}^2}$$

Ponadto w tych wariantach należy pamiętać o sumowaniu reaktancji rozproszenia stojana i pierwszego obwodu wirnika, czyli  $X_{\sigma s}$ +  $X_{\sigma ro1}$ .

Konfiguracje parametrów, uzyskiwanych poszczególnymi metodami, różnią się od siebie. Aby umożliwić porównanie przykładowych wartości obliczonych kalkulatorem WindSyn (z kol. 8), z metodą proponowaną w artykule (kol. 4), w kolumnie 11 przedstawiono wartości zastępcze parametrów z kolumny 8. Wymagało to wyliczenia rezystancji i reaktancji rozproszenia wirnika odpowiadających załączaniu i pracy znamionowej silnika. Wykorzystując wzory (23) i (24) oraz podstawiając *s* = 1 uzyskano  $X_{\sigma r1o1} = 5,842$  a  $X_{\sigma r1o2} = 25,777$ . Z tabeli 2 odczytano  $R_{ro1}$ =10,840 oraz  $R_{ro2}$ =1,127. Wstawiając te wartości i s = 1 do (25) i (26):

(27) 
$$R_{r1} = \frac{\frac{10,840^2 \cdot 1,127 + 1,127^2 \cdot 10,840}{1^2} + 10,840 \cdot 25,777^2}{\left(\frac{10,840 + 1,127}{1}\right)^2 + 25,777^2} = 9,099\,\Omega$$

(28) 
$$X_{\sigma r 1} = \frac{\frac{10,840^2 \cdot 25,777}{1^2}}{\left(\frac{10,840+1,127}{1}\right)^2 + 25,777^2} = 3,750 \,\Omega$$

Podobnie, podstawiając s =  $s_N$  do wzorów (23) i (24) uzyskano  $X_{\sigma r 0 o 1}$  = 7,418, a  $X_{\sigma r 0 o 2}$  = 27,353. Stąd

(29) 
$$R_{r0} = \frac{\frac{10,840^2 \cdot 1,127 + 1,127^2 \cdot 10,840}{0,01^2} + 10,840 \cdot 27,353^2}{\left(\frac{10,840 + 1,127}{0,01}\right)^2 + 27,353^2} = 1,026 \,\Omega$$

(30) 
$$X_{\sigma r0} = \frac{\frac{10,840^2 \cdot 27,353}{0,01^2}}{\left(\frac{10,840+1,127}{0,01}\right)^2 + 27,353^2} = 22,432\,\Omega$$

Natomiast  $X_{\sigma s1} = 5,842 + 5,842 = 11,684 \Omega$ , a  $X_{\sigma s0} = 7,499 + 7,418 = 14,917 \Omega$ .

Podsumowując przedstawione rozważania: w przypadku parametrów z kolumny 4, w celu uwzględnienia zmian parametrów, w symulacjach korzystano ze wzorów (1), (2) i (3). Parametry z kol. 5 są stałe. W przypadku kol. 6, rezystancja wirnika jest stała, a dla reaktancji rozproszenia zastosowano wzory (2) i (3). Do kolejnych wariantów symulacji wykorzystano parametry z kolumn 7 i 8, a ich zmiany odwzorowują zależności (25) i (26), zaś dla reaktancji rozproszenia stojana wzór (3). Po wyliczeniu reaktancji z tego wzoru, należy  $X_{\sigma s}$  powiększać o wartość  $X_{gro1}$  (obwodu 1 wirnika). W odniesieniu do parametrów z kol. 9 i 10 wykorzystano wzory (25) i (26). Również w tych wariantach zamiast X<sub>os</sub> należy podstawiać sumę tej reaktancji i X<sub>oro1</sub>. Wyznaczane impedancje są funkcjami poślizgu, więc ich obliczanie musi być włączone do programu symulującego przebieg stanu nieustalonego maszyny.

## Wyniki symulacji przebiegów rozruchowych z wykorzystaniem różnych zestawów parametrów

ocenić poprawność wariantów obliczania Abv parametrów schematu zastępczego silnika, wykonano symulacje przebiegów rozruchowych i porównywano z pomiarowymi. Badany silnik napędzał wirnik drugiego, identycznego silnika, który nie był zasilany. Moment hamujący był sumą momentów strat mechanicznych obu silników, dodano również momenty bezwładności. Wykorzystano zmierzone przebiegi momentu elektromagnetycznego i prądu jednej fazy stojana silnika pracującego w takim układzie [16]. Wyniki symulacji pokazano na rysunkach od 2 do 9, a zmierzone 10 i 11.

Przebiegi uzyskane z wykorzystaniem parametrów obliczonych metodą proponowaną w artykule (z kol. 4), pokazano na rys. 2 i 3. W przypadku pozostałych kompletów wartości parametrów, przedstawione wyniki symulacji ograniczono tylko do przebiegów momentu elektromagnetycznego.

W tabeli 3 przedstawiono wartości czasów rozruchu, liczonych do pierwszego przejścia przez zero momentu w końcowej fazie rozruchu. W przypadku kol. 6 w końcowej fazie moment nie przechodzi przez zero (patrz rys. 5), więc za czas rozruchu przyjęto chwilę osiągniecia prędkości znamionowej. Czas rozruchu najbliższy wartości pomiarowej uzyskano dla parametrów z kol. 9 (wykorzystanie programu WindSyn wbudowanego w ATP bez poprawiania parametrów). Różnica nie przekracza 5% wartości zmierzonej. Największe odchylenia momentu występują w okolicy momentu krytycznego, który wg obliczeń jest zawyżony w stosunku do pomiarów.

Podobną dokładność zapewniła metoda proponowana w niniejszym artykule (różnica czasów rozruchu poniżej 7%). Charakter obliczonych i pomiarowych przebiegów momentu i prądu jest podobny. Największe niezgodności występuje podczas drgań momentu w początkowym okresie rozruchu. Pozostałe sposoby wyznaczania parametrów schematu zastępczego silnika dały wyniki symulacji bardziej odbiegające od pomiarowych.

Tab. 3 Porównanie czasów rozruchu silnika





Rys. 2. Rozruchowy przebieg prądu fazy stojana dla parametrów z kol. 4







Rys. 4. Rozruchowy przebieg momentu elektromagnetycznego dla parametrów z kol. 5



Rys. 5. Rozruchowy przebieg momentu elektromagnetycznego dla parametrów z kol. 6



Rys. 6. Rozruchowy przebieg momentu elektromagnetycznego dla parametrów z kol. 7



Rys. 7. Rozruchowy przebieg momentu elektromagnetycznego dla parametrów z kol. 8  $\,$ 



Rys. 8. Rozruchowy przebieg momentu elektromagnetycznego dla parametrów z kol. 9



Rys. 9. Rozruchowy przebieg momentu elektromagnetycznego dla parametrów z kol. 10



Rys. 10. Przebieg pomiarowy momentu elektromagnetycznego



Rys. 11. Przebieg pomiarowy prądu fazy stojana

Niestety nawet dla najlepszych wariantów (parametry z kol. 4 i 9) nie uzyskano pełnej zgodności wyników obliczeniowych z pomiarowymi. Porównując rys. 2 i 11 widać różnicę częstotliwości składowych swobodnych prądów płynących w początkowym okresie rozruchu w wyniku skokowego podania napięcia zasilającego na silnik. Przebiegi momentu z rysunku 3 i 10 różnią się amplitudą i częstotliwością drgań w początkowym okresie rozruchu. Aby przybliżyć częstotliwość drgań momentu do pomiarów, należałoby uwzględnić ugięcia wału łączącego silnik badany z obciążającym [7]. Wymaga to rozwiązywania równań układu dwumasowego oraz opisania odpowiednią zależnością elastyczności wału i sprzęgła pomiędzy silnikiem a obciążeniem. Symulacja hamowania przeciwprądem i pracy prądnicowej

Wykorzystując parametry z kol. 4 tab. 2, wykonano symulację hamowania elektrycznego, które w przypadku nie wyłączenia silnika, przechodzi w nawrót. Wymagało to odpowiedniego przystosowania równań różniczkowych modelu silnika. W czasie rozruchu, wymuszeniem przebiegów w silniku są napięcia zasilające poszczególne fazy. Po wyłączeniu napięć następuje wybieg, podczas którego wymuszeniem są zerowe wartości prądów fazowych. Na zaciskach silnika występują malejące napięcia resztkowe. Następnie zmienia się kolejność faz napięć i modeluje ich załączenie na silnik. Jeśli wybieg trwał krótko, poślizg rośnie prawie do wartości 2, a wymuszeniem w równaniach znowu są napięcia.

Uzyskane wyniki dla cyklu rozruch – wybieg – przeciwwłączenie pokazano na rys. 12 do 14.



Rys. 12. Prąd stojana w stanach: rozruch, wybieg, przeciwwłączenie, hamowanie i nawrót dla parametrów z kol. 4



Rys. 13. Prędkość silnika w stanach: rozruch, wybieg, przeciwwłączenie, hamowanie i nawrót dla parametrów z kol. 4



Rys. 14. Moment elektromagnetyczny w stanach: rozruch, wybieg, przeciwwłączenie, hamowanie i nawrót dla parametrów z kol. 4

Podobny cykl zamodelowano wykorzystując program ATP z parametrami silnika zebranymi w kol. 9. Wyniki (rys. 15 i 16) mają podobny charakter jak uzyskane w oparciu o własny program obliczeniowy, co potwierdza poprawność obliczeń.



Rys. 15. Prąd stojana w stanach: rozruch, wybieg, przeciwwłączenie, hamowanie i nawrót wyznaczony programem ATP dla parametrów z kol. 9



Rys. 16. Moment silnika w stanach: rozruch, wybieg, przeciwwłączenie, hamowanie i nawrót wyznaczony programem ATP dla parametrów z kol. 9

Przykład zamodelowania pracy prądnicowej pokazano na rys. 17. Przyjęto, że po rozruchu moment hamujący zmienia charakter z biernego na czynny, a wartość z 3% na znamionową i zaczyna napędzać maszynę. Prędkość rośnie do nadsynchronicznej. Można wnioskować, że również w tym przypadku zmiany parametrów schematu zastępczego silnika są odwzorowywane poprawnie, gdyż uzyskany przebieg momentu jest zgodny z oczekiwaniami.



Rys. 17. Moment elektromagnetyczny w stanach: rozruch i praca prądnicowa dla parametrów z kol. 4

### Podsumowanie

Wykorzystanie zależności od (7) do (20), w połączeniu ze wzorami od (1) do (3) pozwala obliczyć wartości parametrów schematu zastępczego silnika klatkowego, w oparciu o jego dane katalogowe z uwzględnieniem zmienności tych parametrów. Umożliwia to dość dokładne symulacyjne odwzorowanie przebiegów rozruchowych z wykorzystaniem obwodowego modelu maszyny. W przypadku analizowanego przykładowego silnika przebiegi pradu i momentu rozruchowego były zbliżone do Wykazano możliwość pomiarowych. wykorzystania uzyskanych wartości parametrów (w połączeniu ze wzorami aproksymującymi ich zmiany) do modelowania hamowania przeciwwłączeniem, nawrotu i pracy prądnicowej maszyny.

Podobne wyniki uzyskano wykorzystując program WindSyn w wersji skojarzonej z AtpDraw v. 5.8 bez wykorzystywania przełącznika REFIT, poprawiającego uzyskiwane wartości parametrów. Sugerowane poprawienie obliczanych impedancji maszyny powodowało pogorszenie wyników symulacji. Jednak wykorzystanie wartości parametrów uzyskanych tą metodą do symulacji w oparciu o własny program rozwiązywania obwodowego modelu silnika wymaga zwiększenia liczby równań różniczkowych w celu odwzorowania dwóch obwodów wirnika maszyny.

Uzyskane wnioski należy sprawdzić wykonując serię obliczeń dla maszyn indukcyjnych o różnych parametrach.

Autorzy: Dr hab. inż. Bogusław Karolewski, prof. Politechniki Wrocławskiej, Wydział Elektryczny, Katedra Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych, ul. Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław, e-mail: bogusław.karolewski@pwr.edu.pl

Mgr inż. Paweł Radzik, absolwent Wydziału Elektrycznego Politechniki Wrocławskiej, e-mail: p\_radzik@wp.pl

#### LITERATURA

- Bastos J, P, A, Sadowski N: Electromagnetic Modeling by Finite Element Methods. Marcel Dekker, New York, 2003
- [2] Demenko A, Nowak L, Pietrowski, W, Mikołajewicz J: Wyznaczenie indukcyjności głównej maszyny indukcyjnej z nasyconym obwodem magnetycznym metodą elementów krawędziowych. Przegląd Elektrotechniczny, Nr 6, 2009
- [3] Dems M, Komęza K: Modelowanie statycznych i dynamicznych stanów pracy silników indukcyjnych. Monografia, Wyd. Pol. Łódzkiej, Łódź 2011
- [4] Głowacki A: Obliczenia elektromagnetyczne silników indukcyjnych trójfazowych. WNT, Warszawa 1993
- [5] Hickiewicz J, Macek-Kamińska K: Dynamika i zagadnienia identyfikacji parametrów silników indukcyjnych. Zeszyty Naukowe WSI w Opolu, Seria Elektryka z. 41/1995

- [6] Jażdżyński W: Projektowanie maszyn elektrycznych i identyfikacja ich modeli z wykorzystaniem optymalizacji wielokryterialnej. Monografia AGH nr 28, Kraków 1995
- [7] Karolewski B, Pytel J: Transiente Vorgaenge im Antriebssystem mit Beruecksichtigung von Kupplungselastizitaten (Przebiegi nieustalone w układzie napędowym z uwzględnieniem elastyczności sprzęgła). Etz Archiv 1989, Bd 11, H. 6
- [8] Karolewski B: Modelowanie zmian impedancji uzwojenia wirnika silników klatkowych. Rozdział w pracy zbiorowej pod red. Z. Mantorskiego: Wykorzystanie Miedzi w Przemyśle Elektrotechnicznym, Wyd. Pol. Śląskiej, Gliwice 1998
- [9] Kozłowski H. S, Turowski E: Silniki indukcyjne. Projektowanie. Konstruowanie. Wytwarzanie. PWN, Warszawa 1961
- [10] Kucharski J: Stany nieustalone silników asynchronicznych podczas SZR. Pr. Nauk. Inst. Energoelektr. Pol. Wrocławskiej, nr 11, seria Monografie nr 1, Wrocław 1972
- [11] Macek-Kamińska K: Modele matematyczne silników głębokożłobkowych i identyfikacja ich parametrów. Praca doktorska, Pol. Wrocławska, Wrocław 1982
- [12] Macek-Kamińska K: Modele matematyczne silników asynchronicznych głębokożłobkowych i identyfikacja ich parametrów. Rozprawa doktorska, Polit. Wrocławska, Wrocław 1983
- [13] Macek-Kamińska K: Estymacja parametrów modeli matematycznych silników indukcyjnych dwuklatkowych i głębokożłobkowych. Studia i Monografie, WSI Opole nr 61, 1992
- [14] Meisel J: Zasady elektromechanicznego przetwarzania energii. WNT, Warszawa 1970
- [15] Najdienow A. A, Ryżow A. A, Furcjew M. E: Modielirowanije asinchronnogo elektrodwigatiela na AWM s ucziotom zawisimosti jego paramietrow ot skolżenija. IWUZ Elektromechanika 1972, nr 11
- [16] Nokielski J: Pomiar momentu rozruchowego silników klatkowych typu SZJc-196t-sp3. Oprac. COBPGO-POLTEGOR we Wrocławiu, nr 9/82 (nie publ.)
- [17] Plamitzer A. M: Maszyny elektryczne. WNT, Warszawa 1986
- [18] Praca zbiorowa (Sokołow i in.): Elektromagnetyczne procesy przejściowe w asynchronicznym napędzie elektrycznym. WNT, Warszawa 1970
- [19] Orłowska-Kowalska T, Wierzbicki R, Dybkowski M: Zastosowanie metody MULTITEST do identyfikacji parametrów silnika indukcyjnego w stanie zatrzymanym. Pr. Nauk. Inst. Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Pol, Wrocławskiej, Studia i Materiały 2006 | Vol. 59, nr 26
- [20] Sobczyk T, J: Metodyczne Aspekty modelowania matematycznego maszyn indukcyjnych. WNT, Warszawa 2004