### Weryfikacja wrażliwości obserwatora zredukowanego z kompensacją nieliniowości na niedokładną identyfikację parametrów silnika bezszczotkowego

Streszczenie. Bezczujnikowe układy sterowania wykorzystywane są obecnie coraz częściej nie tylko ze względu na ich niższy koszt ale również ze względu na inne liczne zalety. W artykule przedstawiono zagadnienia związane z odtwarzaniem sygnałów zmiennych stanu przez obserwator zredukowany z kompensacją nieliniowości. We wstępie omówiono metody wyznaczania prędkości opisując ich wady i zalety. W kolejnych rozdziałach przedstawiono model obserwatora oraz analizę jego właściwości ze szczególnym uwzględnieniem wrażliwości na niedokładną identyfikację parametrów silnika. W badaniach symulacyjnych przeanalizowano wpływ wybranych parametrów na dokładność odtwarzania prędkości i momentu. Wybrane wyniki symulacyjne zostały zweryfikowane eksperymentalnie.

Abstract. The motion sensorless control aims at eliminating the motor position sensor and its corresponding electronic conditioning circuits, cabling and connectors. Besides cost reduction, the motion sensorless drives are more reliable comparing to position sensor-based. In the paper we introduce tracking of state variable signals by a reduced observer with non-linearity compensation. The paper is organized as follows. The introduction focuses on a short evaluation of motion sensorless control. The following chapters present the observer's model and analysis of its properties with particular emphasis on sensitivity to inaccurate identification of motor parameters. Simulation is used to evaluate effects of selected order observer with non-linearity compensation sensitivity to inaccurate identification of a motor parameters)

**Słowa kluczowe**: obserwator zredukowany, silnik bezszczotkowy, bezczujnikowe układy regulacji. **Keywords**: Observer with Non-Linearity Compensation, Brushless Permanent Magnet Motors, Motion Sensorless Control.

#### Wprowadzenie

Jednym z poważniejszych problemów w układach regulacji prędkości silników jest bezszczotkowych zagadnienie pomiaru lub wyznaczenia dokładnej wartości prędkości obrotowej silnika. Rozwiązaniem powszechnie stosowanym jest wykorzystanie sygnału pochodzącego z enkodera lub rezolwera. Zastosowanie czujników prędkości, choć podnoszące możliwości układów regulacji, zwiększa jednak w znacznym stopniu koszt układu napędowego, jego awaryjność, moment bezwładności wału oraz masę i wymiary silnika. Dodatkowo wprowadza zakłócenia elektromagnetyczne (w przypadku rezolwerów) oraz jest niemożliwe w specjalnych warunkach, gdy czujnik nie może być zamontowany na wale. Z tych powodów preferowane są napędy z bezszczotkowymi silnikami z magnesami trwałymi o sinusoidalnym rozkładzie siły elektromotorycznej pracujące z bezczujnikowym układem sterowania prędkością.

Od układu pomiarowego prędkości wymaga się dużej dokładności w całym zakresie pracy, to jest zarówno przy dużych, jak i przy małych prędkościach obrotowych. Zgodnie z wynikami pracy przedstawionymi przez Brown'a w [1] algorytmy wyznaczania prędkości na podstawie sygnałów z enkodera możemy podzielić na dwie grupy: fixed-position i fixed-time. Algorytmy typu fixed-position do wyznaczenia estymaty prędkości wykorzystują pomiar czasu pomiędzy określoną ilością pulsów enkodera. Wadą tego typu podejścia jest możliwość "utknięcia" w przypadku prędkości bliskich zeru. Algorytmy typu fixed-time bazują przy wyznaczaniu prędkości na pomiarze ilości impulsów w określonym (stałym lub zmiennym) przedziale czasu. Te algorytmy choć szybsze, w przypadku małych prędkości są równie niedokładne. W celu zminimalizowania błędów wyznaczenia prędkości stosuje się szereg metod opartych o: ekstrapolację, czy filtrację serii impulsów z enkodera [1], filtry adaptacyjne [2, 3], filtry Kalmana [4, 5, 6]. Jak jednak wynika z analizy zagadnienia dokonanej przez Ljung'a [7] pewnych ograniczeń wynikających z samej natury układu pomiarowego (np. rzeczywistej rozdzielczości przetwornika) nie da się do końca uniknąć.

Koncepcja obserwatorów stanu – czyli układów dynamicznych odtwarzających zmienne stanu na podstawie sygnałów wejściowych i wyjściowych układu znana jest w literaturze od dawna. Opisany w niniejszym artykule obserwator zredukowany ma za zadanie estymację jedynie aktualnej wartości prędkości (koniecznej w układzie prędkości) oraz sygnału położenia regulacii wału (koniecznego do sterowania zaworami przekształtnika) na podstawie pomiaru prądów i napięć. Wśród konstrukcji obserwatorów prędkości wyróżnić można między innymi podejścia bazujące na: estymacji SEM, wykorzystaniu zależności indukcyjności uzwojeń od położenia wirnika, filtrze Kalmana, zastosowaniu techniki "hipotetycznego położenia" czy też wykorzystaniu teorii nieliniowych obserwatorów stanu.

Mimo różnorodności metod [8-13], nie można uznać problemu syntezy obserwatora prędkości dla bezszczotkowych silników z magnesami trwałymi o sinusoidalnym rozkładzie siły elektromotorycznej za rozwiązany.

Zasadniczym ograniczeniem dotychczasowych badań jest to, że prawie zawsze zakładają one dokładną znajomość parametrów maszyny i ściśle sinusoidalny kształt siły elektromotorycznej, podczas gdy dokładna analiza obiektu sterowania jakim jest silnik bezszczotkowy pozwala stwierdzić, że:

- siła elektromotoryczna nie jest zwykle idealnie sinusoidalna, zawiera często piątą i siódmą harmoniczną, przy czym odkształcenie może być indywidualną cechą maszyny,
- rezystancja zmienia się w czasie pracy maszyny nawet do 20%,
- nierównomierność szczeliny reprezentowana przez indukcyjność L<sub>g</sub> zmienia charakter maszyny zarówno pod względem właściwości statycznych, jak i dynamicznych,
- parametry mechaniczne mogą zmieniać się w czasie pracy układu.

Projektowany obserwator powinien pracować poprawnie pomimo tych rozbieżności między modelem a układem rzeczywistym.

### Obserwator zredukowany z kompensacją nieliniowości

Wybór opisu silnika bezszczotkowego we współrzędnych wirnika przy projektowaniu nieliniowego obserwatora zredukowanego z kompensacją nieliniowości spowodowany jest jego atrakcyjnymi właściwościami w porównaniu z pozostałymi stosowanymi opisami. Pozwala on nie tylko uniknąć kłopotów z rozruchem silnika, ale również uwzględnić w prosty sposób nierównomierność rozkładu strumienia. Z analizy równań obserwatora wynika również, iż będzie on mało wrażliwy na niedokładną znajomość parametrów układu.

Dynamikę obwodów elektrycznych bezszczotkowego silnika z magnesami trwałymi w modelu dwufazowym we współrzędnych wirnika opisują znane równania

(1) 
$$L_{d} \frac{d}{dt} i_{d} = \varpi_{e} \varphi_{q} - R_{s} i_{d} + \varpi_{e} L_{q} i_{q} + V_{d}$$
$$L_{q} \frac{d}{dt} i_{q} = -\varpi_{e} \varphi_{d} - R_{s} i_{q} - \varpi_{e} L_{d} i_{d} + V_{q}$$

By móc skorzystać, podczas wyprowadzania równań obserwatora, z wyników uzyskanych dla układów liniowych stacjonarnych, konieczne jest wprowadzenie do układu dodatkowych sprzężeń linearyzujących, zatem napięcia wejściowe silnika można obliczyć dodając do sygnałów  $U_d$ ,  $U_q$ , generowanych przez regulatory prądów, sprzężenie linearyzujące opisane równaniami:

(2) 
$$V_{d} = U_{d} - \hat{\varpi}_{e} \widetilde{L}_{q} i_{q}$$
$$V_{q} = U_{q} + \hat{\varpi}_{e} \widetilde{L}_{d} i_{d}$$

w których:  $\hat{\omega}_e$  jest estymatą prędkości elektrycznej wyznaczaną przez obserwator,  $\tilde{L}_d$ ,  $\tilde{L}_q$  przyjętymi do obliczeń wartościami rzeczywistych wartości parametrów  $L_d$ ,  $L_q$  silnika.

Równania te uzupełnione zostają równaniem opisującym dynamikę ruchu obrotowego:

(3) 
$$J \frac{d\varpi}{dt} = M_e - B_L \varpi - M_z \cdot$$

Moment elektromagnetyczny  $M_e$  można obliczyć w tym modelu następująco:

(4) 
$$M_e = n \left[ (i_q \varphi_d - i_d \varphi_q) + (L_d - L_q) i_d i_q \right].$$

Moment zewnętrzny  $M_z$  zmienia się na tyle wolno, iż można przyjąć, że z punktu widzenia obserwatora ma on stałą wartość. Podczas praktycznej realizacji układu okazało się, iż wykorzystując układ PWM zaimplementowany na karcie DSP musimy do równania (2) wprowadzić poprawkę skalującą (współczynniki  $Z_d$  i  $Z_q$ ) wynikającą ze struktury i sposobu działania tego układu. W ogólności  $Z_d$  i  $Z_q$  są funkcjami prądów  $i_d$ ,  $i_q$ , napięcia pośredniczącego  $U_p$  (w układzie mocy) oraz wartości  $U_d$  i  $U_q$ . Ze względu na symetrię układu możemy przyjąć  $Z = Z_d = Z_q$ .

Ostatecznie równanie (2) przyjmie postać:

(5) 
$$V_{d} = Z \cdot \left( U_{d} - \frac{\hat{\varpi}_{e} \widetilde{L}_{q} i_{q}}{\widetilde{Z}} \right),$$
$$V_{q} = Z \cdot \left( U_{q} + \frac{\hat{\varpi}_{e} \widetilde{L}_{d} i_{d}}{\widetilde{Z}} \right),$$

gdzie:  $\widetilde{Z}$  jest zidentyfikowaną wartością parametru Z.

lloczyn prądów  $i_d i_q$  może zostać potraktowany jako sygnał wejściowy. Takie podejście pozwala na rozdzielenie nieliniowego czynnika  $\frac{n}{l}(L_d - L_q)i_d i_q$  występującego

w równaniu (4) poprzez włączenie części  $\frac{n}{J}(L_d - L_q)$  do macierzy sterowania.

Równania silnika można zapisać w postaci:

(6) 
$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = A_{11} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + A_{12} \begin{bmatrix} \varpi \\ M_z \end{bmatrix} + ZB_1 \begin{bmatrix} U_d - \frac{n\hat{\sigma} \tilde{L}_q i_q}{\tilde{Z}} + \frac{n\bar{\sigma} L_q i_q}{Z} \\ U_q + \frac{n\hat{\sigma} \tilde{L}_d i_d}{\tilde{Z}} - \frac{n\bar{\sigma} L_d i_d}{Z} \end{bmatrix},$$
  
(7) 
$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varpi \\ M_z \end{bmatrix} = A_{21} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + A_{22} \begin{bmatrix} \varpi \\ M_z \end{bmatrix} + B_2 i_d i_q$$

gdzie w celu uproszczenia zapisu wprowadzono następujące oznaczenia:

$$A_{11} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & 0\\ 0 & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix}, \qquad A_{12} = \begin{bmatrix} \frac{n}{L_d} \varphi_q & 0\\ -\frac{n}{L_q} \varphi_d & 0 \end{bmatrix}, \qquad B_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0\\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix}, \\ A_{21} = \begin{bmatrix} -\frac{n}{J} \varphi_q & \frac{n}{J} \varphi_d\\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad A_{22} = \begin{bmatrix} -\frac{B_L}{J} & -\frac{1}{J}\\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B_2 = \begin{bmatrix} \frac{n}{J} (L_d - L_q)\\ 0 \end{bmatrix}.$$

Dodatkowo wprowadzono macierz parametrów projektowych obserwatora:

$$\boldsymbol{\Lambda} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda}_{11} & \boldsymbol{\Lambda}_{12} \\ \boldsymbol{\Lambda}_{21} & \boldsymbol{\Lambda}_{22} \end{bmatrix}$$

Jeżeli zastosowane zostanie podejście stosowane w układach liniowych [11] (mnożąc lewostronnie równanie (6) przez macierz  $\Lambda$  a następnie odejmując je od równania (7)) to równanie obserwatora przyjmuje postać:

(9) 
$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\sigma} \\ \hat{M}_z \end{bmatrix} - \Lambda \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widetilde{A}_{22} - \Lambda \widetilde{A}_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\sigma} \\ \hat{M}_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \widetilde{A}_{21} - \Lambda \widetilde{A}_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \widetilde{B}_2 i_d i_q - \Lambda \widetilde{B}_1 \widetilde{Z} \begin{bmatrix} U_d \\ U_q \end{bmatrix}$$

Przy czym tyldy nad macierzami oznaczają, że parametry przyjęte do wyznaczenia równań obserwatora obarczone są błędami wynikającymi ze złej identyfikacji parametrów silnika. Daszkiem oznaczono parametry estymowane przez obserwator.

Z punktu widzenia praktycznej realizacji obserwatora, aby uniknąć konieczności różniczkowania prądów  $i_d$ ,  $i_q$  możemy przekształcić równanie obserwatora do postaci (10):

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \vec{\varpi} \\ \vec{M}_z \end{bmatrix} = [\tilde{A}_{22} - \Lambda \tilde{A}_{12}] \left( \begin{bmatrix} \vec{\varpi} \\ \vec{M}_z \end{bmatrix} + \Lambda \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \right) + [\tilde{A}_{21} - \Lambda \tilde{A}_{11}] \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \tilde{B}_2 i_d i_q - \Lambda \tilde{B}_1 \tilde{Z} \begin{bmatrix} U_d \\ U_q \end{bmatrix}$$
gdzie:
$$\begin{bmatrix} \vec{\varpi} \\ \vec{M}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\varpi} \\ \hat{M}_z \end{bmatrix} - \Lambda \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}$$

Do wyznaczenia wartości prądów  $i_d$ ,  $i_q$  na podstawie mierzonych prądów fazowych potrzebna jest znajomość kąta elektrycznego. Obserwator odtwarza kąt elektryczny całkując estymowaną prędkość elektryczną  $\hat{\varpi}_e$ .

Możemy przyjąć, że wykorzystując sygnał indeksu do korekcji odtwarzanego przez obserwator położenia wału (jednorazowo na każdy obrót mechaniczny) uzyskujemy zgodność prądów na wejściu obserwatora z wartościami rzeczywistymi w silniku.

Badanie wrażliwości obserwatora

Oznaczmy wektor uchybu przez

$$e = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varpi} - \hat{\boldsymbol{\varpi}} \\ \boldsymbol{M}_z - \hat{\boldsymbol{M}}_z \end{bmatrix}$$

Wobec tego równanie błędu można zapisać następująco:

(11) 
$$\dot{e} = W e + D_1 \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + D_2 \begin{bmatrix} \varpi \\ M_z \end{bmatrix} + D_3 i_d i_q + D_4 \begin{bmatrix} U_d \\ U_q \end{bmatrix}$$

gdzie:

$$D_{1} = [A_{21} - \Lambda A_{11}] - [\widetilde{A}_{21} - \Lambda \widetilde{A}_{11}], \qquad D_{3} = [B_{2} - \widetilde{B}_{2}],$$
$$D_{2} = [A_{22} - \Lambda A_{12}] - [\widetilde{A}_{22} - \Lambda \widetilde{A}_{12}] - \Lambda B_{1} \begin{bmatrix} \left(L_{q} - \frac{Z}{\widetilde{Z}}\widetilde{L}_{q}\right)n_{q} & 0\\ \left(\frac{Z}{\widetilde{Z}}\widetilde{L}_{d} - L_{d}\right)n_{d} & 0 \end{bmatrix}, \qquad D_{4} = -\Lambda \begin{bmatrix} B_{1}Z - \widetilde{B}_{1}\widetilde{Z} \end{bmatrix}$$

oraz

$$W = \begin{bmatrix} \widetilde{A}_{22} - \Lambda \widetilde{A}_{12} \end{bmatrix} - \Lambda B_1 Z \begin{bmatrix} \underline{n} \widetilde{L}_q i_q & 0\\ \widetilde{Z} & 0\\ -\underline{n} \widetilde{L}_q i_q & 0 \end{bmatrix}$$

Macierz *W* decyduje o dynamice błędu. Po podstawieniu parametrów otrzymuje się:

(12)  

$$W = \begin{bmatrix}
-\frac{\dot{B}_{L}}{\tilde{J}} + \frac{n\Lambda_{12}}{\tilde{L}_{q}} \tilde{\varphi}_{d} - \frac{n\Lambda_{11}}{\tilde{L}_{d}} \tilde{\varphi}_{q} - n\frac{Z\Lambda_{11}}{\tilde{Z}L_{d}} \tilde{L}_{q} \dot{i}_{q} + n\frac{Z\Lambda_{12}}{\tilde{Z}L_{q}} \tilde{L}_{d} \dot{i}_{d} & -\frac{1}{\tilde{J}} \\
-\frac{n\Lambda_{22}}{\tilde{L}_{q}} \tilde{\varphi}_{d} - \frac{n\Lambda_{21}}{\tilde{L}_{d}} \tilde{\varphi}_{q} - n\frac{Z\Lambda_{21}}{\tilde{Z}L_{d}} \tilde{L}_{q} \dot{i}_{q} + n\frac{Z\Lambda_{22}}{\tilde{Z}L_{q}} \tilde{L}_{d} \dot{i}_{d} & 0
\end{bmatrix}$$

Co uwzględniając przyjętą strategię sterowania, to jest  $i_d = 0$  pozwala ją uprościć do postaci:

(13) 
$$W = \begin{bmatrix} -\frac{\widetilde{B}_{L}}{\widetilde{J}} + \frac{n\Lambda_{12}}{\widetilde{L}_{q}}\widetilde{\varphi}_{d} - \frac{n\Lambda_{11}}{\widetilde{L}_{d}}\widetilde{\varphi}_{q} - n\frac{Z\Lambda_{11}}{\widetilde{Z}L_{d}}\widetilde{L}_{q}\dot{i}_{q} & -\frac{1}{\widetilde{J}} \\ \frac{n\Lambda_{22}}{\widetilde{L}_{q}}\widetilde{\varphi}_{d} - \frac{n\Lambda_{21}}{\widetilde{L}_{d}}\widetilde{\varphi}_{q} - n\frac{Z\Lambda_{21}}{\widetilde{Z}L_{d}}\widetilde{L}_{q}\dot{i}_{q} & 0 \end{bmatrix}$$

Chcąc by macierz określająca dynamikę błędu była macierzą stałych współczynników z uwagi na zmienność prądu  $i_q$  musimy przyjąć parametry projektowe  $\Lambda_{11} = 0$  i  $\Lambda_{21} = 0$ .

Obliczana macierz upraszcza się do postaci:

$$W = \begin{bmatrix} -\frac{\widetilde{B}_{L}}{\widetilde{J}} + \frac{n\Lambda_{12}}{\widetilde{L}_{q}}\widetilde{\varphi}_{d} & -\frac{1}{\widetilde{J}} \\ \frac{n\Lambda_{22}}{\widetilde{L}_{q}}\widetilde{\varphi}_{d} & 0 \end{bmatrix}$$

stąd można zapisać równanie charakterystyczne: (14)

$$s^{2} - \left( -\frac{\widetilde{B}_{L}}{\widetilde{J}} + \frac{n\Lambda_{12}}{\widetilde{L}_{q}}\widetilde{\varphi}_{d} \right) s + \frac{n\Lambda_{22}}{\widetilde{J}\cdot\widetilde{L}_{q}}\widetilde{\varphi}_{d} = 0$$

Warunkiem koniecznym i wystarczającym zanikania składowej przejściowej uchybu jest spełnienie zależności  $\Lambda_{12} < \frac{B_L L_q}{n J \widetilde{\varphi}_{o_{max}}}$  i  $\Lambda_{22} > 0$ . Współczynniki  $\Lambda_{12}$  i  $\Lambda_{22}$ , należy dodatkowo dobrać w taki sposób, aby zapewnić optymalną dynamikę obserwatora. Zbyt wolny obserwator będzie wprowadzał dodatkowe zakłócenia w układzie sterowania prędkością, zbyt szybki spowoduje, iż w przebiegach prędkości estymowanej pojawią się zakłócenia związane z dynamiką części elektrycznej silnika oraz szumem, jakim obarczony jest pomiar prądów.

A zatem dobierając poprawnie wartości parametrów projektowych obserwatora możemy przyjąć, iż jest on na tyle szybki by jego sygnały wejściowe potraktować jako stałe w czasie trwania procesów przejściowych w obserwatorze. Taki układ pozwala na oszacowanie uchybu w stanie ustalonym obserwatora oraz zbadanie jego wrażliwości na niedokładną identyfikację parametrów silnika i układu napędowego.

Biorąc pod uwagę przyjęte założenia odnośnie prądu i<sub>d</sub> i stałych  $\Lambda_{11}$ ,  $\Lambda_{21}$  uchyb ustalony obserwatora jest określony zależnością:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma} - \hat{\boldsymbol{\sigma}} \\ M_z - \hat{M}_z \end{bmatrix} = - \left\{ \begin{bmatrix} -\frac{\widetilde{B}_L}{\widetilde{J}} + \frac{n\Lambda_{12}}{\widetilde{L}_q} \widetilde{\varphi}_d & -\frac{1}{\widetilde{J}} \\ \frac{n\Lambda_{22}}{\widetilde{L}_q} \widetilde{\varphi}_d & 0 \end{bmatrix}^{-1} \right\} \cdot \left( D_1 \begin{bmatrix} 0 \\ i_q \end{bmatrix} + D_2 \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma} \\ M_z \end{bmatrix} + D_4 \begin{bmatrix} U_d \\ U_q \end{bmatrix} \right)$$

dodatkowo oznaczając przez  $\breve{\Lambda} = \begin{bmatrix} 0 & \Lambda_{12} \\ 0 & \Lambda_{22} \end{bmatrix}$  otrzymujemy: (15)

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma} - \hat{\boldsymbol{\sigma}} \\ M_z - \hat{M}_z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & \frac{\widetilde{L}_q}{n\Lambda_{22}\widetilde{\varphi}_d} \\ -\widetilde{J} & \widetilde{J}\frac{\Lambda_{12}}{\Lambda_{22}} - \frac{\widetilde{B}_L \widetilde{L}_q}{n\Lambda_{22}\widetilde{\varphi}_d} \end{bmatrix} \cdot \left\{ \left\{ \begin{bmatrix} A_{21} - \breve{\Lambda} A_{11} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \widetilde{A}_{21} - \breve{\Lambda} \widetilde{A}_{11} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} 0 \\ i_q \end{bmatrix} + \left\{ \begin{bmatrix} A_{22} - \breve{\Lambda} A_{12} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \widetilde{A}_{22} - \breve{\Lambda} \widetilde{A}_{12} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma} \\ M_z \end{bmatrix} - \breve{\Lambda} \begin{bmatrix} B_1 Z - \widetilde{B}_1 \widetilde{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_d \\ U_q \end{bmatrix} \right\}.$$

W celu przebadania wrażliwości omawianego obserwatora ze sprzężeniem kompensującym nieliniowości autor wykorzystał model układu silnika bezszczotkowego z sinusoidalnym rozkładem SEM rotacji stworzony w środowisku Simulink.

parametry silnika	parametry mechaniczne
$\begin{array}{l} L_{d} = 0.0220  [\text{H}] \\ L_{q} = 0.0315  [\text{H}] \\ R_{s} = 11.08  [\Omega] \\ \varphi_{d} = 0.3055 \\ \varphi_{q} = 0 \end{array}$	$n = 3$ $J = 0.0002  [kg m2]$ $B_L = 0.0002  \left[\frac{N m s}{rad}\right]$

Tab.1. Parametry silnika przyjęte podczas symulacji

Układ był testowany dla dwóch typowych zadań: rozruchu silnika "test A" i pracy nadążnej (ze śledzeniem trajektorii zadanej) "test B" przy przyjętej zerowej wartości momentu obciążenia.



Rys. 1. Przebieg sygnałów testowych (rozruch i praca nadążna)

Przy pełnej zgodności parametrów obserwatora z wartościami przyjętymi za rzeczywiste ( $\tilde{A}_i = A_i$ ,  $\tilde{B}_i = B_i$  oraz  $\tilde{Z} = Z$ ) prawa strona zależności (15) jest równa zeru. Oznacza to, że błąd ustalony nie występuje. Potwierdzają to wyniki symulacji dla których amplituda przebiegów uchybu jest mniejsza od  $10^{-12}$ . Istotny błąd ustalony pojawia się wówczas, gdy nie znamy dokładnej wartości strumieni maszyny. Chcąc oszacować wpływ tego błędu przekształcono wzór (15) przyjmując, iż znamy poprawne wartości wszystkich parametrów silnika za wyjątkiem wartości strumieni  $\varphi_d$  i  $\varphi_q$ . W wyniku tego otrzymujemy: (16)

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma} - \hat{\boldsymbol{\sigma}} \\ \boldsymbol{M}_{z} - \hat{\boldsymbol{M}}_{z} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} 0 & \frac{L_{q}}{n\Lambda_{22}\tilde{\varphi}_{d}} \\ -J & J\frac{\Lambda_{12}}{\Lambda_{22}} - \frac{B_{L}L_{q}}{n\Lambda_{22}\tilde{\varphi}_{d}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{-\Delta\varphi_{q}n}{J} & \frac{\Delta\varphi_{d}n}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ i_{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\Delta\varphi_{d}n\Lambda_{12}}{L_{q}} & 0 \\ \frac{\Delta\varphi_{d}n\Lambda_{22}}{L_{q}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{M}_{z} \end{bmatrix}$$

gdzie: 
$$\Delta \varphi_d = \varphi_d - \tilde{\varphi}_d, \Delta \varphi_q = \varphi_q - \tilde{\varphi}_q.$$

Ostatecznie błąd ustalony dla tego przypadku jest równy:

(17) 
$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma} - \hat{\boldsymbol{\sigma}} \\ \boldsymbol{M}_{z} - \hat{\boldsymbol{M}}_{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\Delta \varphi_{q} n & \Delta \varphi_{d} n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ i_{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{-\Delta \varphi_{d}}{\widetilde{\varphi}_{d}} & 0 \\ \frac{\Delta \varphi_{d} B_{L}}{\widetilde{\varphi}_{d}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{M}_{z} \end{bmatrix}$$

Jak wynika ze wzoru (17), względny błąd prędkości jest w przybliżeniu równy względnemu błędowi strumienia  $\varphi_d$  co również w pełni potwierdziły badania symulacyjne. Wpływ błędów w ocenie indukcyjności i rezystancji maszyny na poprawność pracy obserwatora ilustrują rysunki 2 i 3.



Rys.2. Przebieg błędu prędkości i momentu dla zaburzonych wartości  $\tilde{L}_d$ ,  $\tilde{L}_q$  (test A i test B)



Rys.3. Przebieg błędu prędkości i momentu dla zaburzonej wartości  $\tilde{R}_s$  (test A i test B)

# Wpływ błędów oceny parametrów mechanicznych maszyny na poprawność pracy obserwatora ilustrują rysunki 4 i 5.



Rys.4. Przebieg błędu prędkości i momentu dla zaburzonej wartości  $\tilde{B}_s$  (test A i test B)





Rys.5. Przebieg błędu prędkości i momentu dla zaburzonej wartości  $\tilde{J}~~({\rm test}~{\rm A}~{\rm i}~{\rm test}~{\rm B})$ 

Wpływ złego oszacowania wzmocnienia części wykonawczej PWM - Konwerter - Układ mocy na poprawność pracy obserwatora ilustruje rysunek 6.



Rys.6. Przebieg błędu prędkości i momentu dla zaburzonej wartości  $\tilde{Z}$  (test A i test B)

## Weryfikacja wrażliwości obserwatora na stanowisku laboratoryjnym

Kolejnym krokiem była implementacja obserwatora na karcie sygnałowej DS1103 z procesorem DSP, z wykorzystaniem pakietu Real Time Workshop ze środowiska Matlab'a. Został on zastosowany do estymacji prędkości wykorzystywanej przez układ sterowania silnikiem bezszczotkowym o sinusoidalnym rozkładzie SEM. W celu weryfikacji poprawności jego działania oraz niedokładność przebadania wrażliwości jego na oszacowania parametrów silnika, na stanowisku laboratoryjnym wykorzystany został silnik typu 75DUD301 CACAA z zintegrowanym (zamontowanym bezpośrednio na wale wirnika) przetwornikiem obrotowo-impulsowym.



Rys.7. Konfiguracja stanowiska badawczego

Uzyskanie wartości prędkości i położenia wału silnika wymaga dodatkowej obróbki sygnału pochodzącego z enkodera. W zrealizowanym do tego celu stanowisku badawczym został wykorzystany algorytm aproksymacji średniokwadratowej opisany w [1].

W omawianym układzie prędkość wyliczaną na podstawie sygnałów z enkodera traktować będziemy jako prędkość mierzoną. Uwzględniając ograniczenia techniczne możemy przyjąć ją za prędkość wzorcową względem, której będziemy oceniać poprawność pracy omawianego obserwatora prędkości.

Zestaw badawczy wyposażony został ponadto w drugi silnik bezszczotkowy oraz momentomierz T20WN-10, pracujące na wspólnym wale. Zastosowany napęd CONVETT wraz z silnikiem typu B6304I3H3A050000 kształtowanie pozwalał na zadanego przebiegu zewnetrznego obciażenia. Kontroler pełni na stanowisku laboratoryjnym podwójna role. Jest on blokiem sterowania dla układu mocy i jednocześnie blokiem zabezpieczeń. Do pomiaru prądów fazowych oraz napięcia pośredniczącego został użyty specjalny układ pośredniczący, wykonany na bazie przetworników prądowo napięciowych LEM. Układ sterowania zrealizowano wykorzystując teorię Parka uniwersalnej maszyny dwufazowej. Układ współrzędnych, w którym opisana została dynamika silnika związany został z wirnikiem. W środowisku Simulink Matlab'a z wykorzystaniem pakietu RTW zrealizowane zostały bloki:

- konwertujące mierzone prądy fazowe do prądów i<sub>d</sub>, i<sub>q</sub>,
- konwertujące wypracowane przez sterowanie napięcia U<sub>d</sub>, U<sub>q</sub> do układu napięć fazowych podawanych na wejście bloku PWM

Do poprawnej pracy obu tych bloków konieczna jest aktualna wartość kąta elektrycznego położenia wirnika. Jak opisano wcześniej kąt elektryczny – położenie wirnika względem pozycji "zero" - wyznaczany jest poprzez całkowanie prędkości elektrycznej  $\hat{\boldsymbol{\varpi}}_e$  estymowanej przez obserwator. Wartość wyjściowa integratora jest korygowana (co jeden pełen obrót mechaniczny) dzięki wykorzystaniu sygnału indeksu pochodzącego z enkodera (jeden krótki impuls na obrót mechaniczny wału).

Zadane wartości napięć fazowych są sygnałami wejściowymi jednego z dwóch dostępnych na karcie DSP układów PWM. Wykorzystywany układ "3-Phase PWM Generator" jest realizowany sprzętowo poprzez procesor slave. Blok PWM pracujący z częstotliwością 20kHz generuje odpowiednie sygnały (dotyczące chwil załączania poszczególnych gałęzi) dla układu kontrolera, a za jego pośrednictwem do układu mocy. Generowane przez blok PWM dodatkowe przerwanie stanowi sygnał wyzwalający przetworniki A/C i C/A oraz wejścia pomiarowe karty DSP. Wprowadzenie tego sygnału pozwoliło uniknąć części przy pomiarze prądów. Układ napędowy błedów z regulatorami typu "Pl" w pętlach regulacji prądów id, iq wykorzystywał strukturę "anty-windup" z wyłączaniem części całkującej w stanach przejściowych, dla których regulator wchodzi na ograniczenie. Struktura ta ma lepsze właściwości numeryczne w połączeniu z dyskretną stałokrokową metodą Eulera (zadeklarowaną w środowisku RTW, za pomocą której był liczony algorytm przez procesor DSP karty DS1103).

Podczas uruchamiania układu okazało się, iż pomiary prądów obarczone są dość znacznym szumem (rysunek 8), który przenosi się na przeliczoną wartość prądu i<sub>d</sub> i i<sub>q</sub>



Rys.8. Przykładowy przebieg zmierzonego prądu fazowego i prądu  $i_{\rm q}$  przeliczony poprzez kartę DSP.

Zaszumienie pomiaru prądu uwidacznia się w przebiegu prędkości estymowanej (rysunek 9).



Rys,9. Przebieg prędkości estymowanej wyliczonej na podstawie bezpośredniego pomiaru prądów

W celu zmniejszenia wpływu szumów pomiarowych na wartość prędkości estymowanej przez obserwator, autor zmniejszył wartości modułów parametrów projektowych obserwatora ( $\Lambda_i$ ), co spowodowało spowolnienie jego dynamiki (dostosowanie do stałych czasowych części mechanicznej) oraz doprowadził do obserwatora odfiltrowane zamiast ich wartości prądów i<sub>d</sub>, İq, bezpośrednio pomierzonych wartości.

Przykładowy przebieg prędkości estymowanej po zastosowaniu powyższych zmian przedstawia rysunek 10.



Rys.10. Przebieg prędkości estymowanej, wyliczonej na podstawie odfiltrowanych wartości prądów, w układzie z obser-watorem o spowolnionej dynamice

Rysunek 11 przedstawia przebiegi prędkości dla regulacji nadążnej silnika przy prędkości zadanej zmieniającej się według wzoru



Rys.11. Przebieg prędkości w pracy nadążnej układu

Podobnie jak w przypadku symulacji przeprowadzone zostały próby wrażliwości obserwatora zintegrowanego z układem sterowania. Oceniono wpływ niedokładnej znajomości parametrów elektrycznych i mechanicznych silnika. Wyniki pomiarów ilustrują rysunki 12-13

### Podsumowanie

Zaprezentowane powyżej przebiegi, uzyskane doświadczalnie na stanowisku laboratoryjnym, w pełni potwierdzają wyniki rozważań teoretycznych oraz wyniki poprzednich symulacji. Dowodzą one, iż projektowany obserwator jest stosunkowo mało wrażliwy na złe oszacowanie parametrów elektrycznych i mechanicznych silnika. Nawet kilkunasto-procentowe (a w przypadku *B* nawet kilkusetprocentowe) rozbieżności pomiędzy rzeczywistymi wartościami parametrów  $L_d$ ,  $L_q$ , B, J a ich oszacowaniem  $\tilde{L}_d$ ,  $\tilde{L}_q$ ,  $\tilde{B}$ ,  $\tilde{J}$  generują w stanie ustalonym pracy obserwatora, pomijalnie mały błąd prędkości rozumiany jako różnica pomiędzy wartością zadaną prędkości, którą odtwarza układ sterowania zintegrowany z obserwatorem a średnią wartością prędkości mierzonej za pomocą enkodera. Spośród przebadanych parametrów obserwatora stwierdzono największą wrażliwość na złe oszacowanie parametru  $R_s$ . Jednak i w tym przypadku odchylenie prędkości estymowanej od mierzonej przy złym oszacowaniu parametru  $\tilde{R}_s$  o 30% wynosiło jedynie około 3%. Duża wrażliwość obserwatora na złe oszacowanie parametru Z motywuje do dalszych poszukiwań rozwiązań mających na celu zredukowanie tego problemu.



Rys.12. Wpływ złego oszacowania parametrów elektrycznych silnika na pracę obserwatora



Rys.13. Wpływ złego oszacowania parametrów mechanicznych silnika na pracę obserwatora

**Autor**: dr inż. Rafał Zawiślak, Politechnika Łódzka, Instytut Automatyki, 90-924 Łódź, ul. Stefanowskiego 18/22, E-mail: rafal.zawislak@p.lodz.pl

### LITERATURA

- Brown R. H., Schneider S. C., Mulligan M. G., Analysis of Algorythms for Velocity Estimation from Discrete Position Versus Time Data, *IEEE Transaction on Industrial Electronics* 39, nr 1, 1992
- [2] Khedkar P. S., Keshav S., Fuzzy Prediction of Time Series IEEE International Conference on Fuzzy systems 1992
- [3] Wijangaard W., An Adaptive Filter for Low Frequency Encoder Applications, *Elsevier Science Direct Measurement* Volume 18 Issue 1,1996
- [4] Dyrcz K. P., Analiza dokładności odtwarzania prędkości silnika indukcyjnego przy zmianie parametrów modelu rozszerzonego filtru Kalmana, V KKN SENE 2001, Politechnika Łódzka
- [5] Bolognani S., Tubiana L., Zigliotto M., EKF-Based Sensorless IPM Synchronous Motor Drive for Flux-Weakening Applications, *IEEE Tran. Ind. Applicat.*, vol. 39, no. 3, pp. 768-775, May/June 2003.
- [6] Bellini A., Bifaretti S., Costantini S., A digital speed folter fot motion control drives with a low resolution position encoder, 10<sup>th</sup> EPE-PEMC 2002
- [7] Ljung L., Gunnarsson S., Adaptation and tracking in system identification a survey, *Automatica*, t.26, 7-21
- [8] Wrobel R., Budded A.S., Holliday D., Mellor P.H., Sangha P., Design Considerations for Permanent Magnet Brushless Machines for Zero-Speed Sensorless Position Estimation, Proc. of IEEE IAS Conf. 2006. vol. 3, 1494 -1500.
- [9] G. Foo, M.F. Rahman, "Sensorless vector control of interior permanent magnet synchronous motor drives at very low speed without signal injection, *IET Electric Power Applicat.*, vol. 4, iss. 3, 131-139, 2010.
- [10] Cupertino F., Guagnano A., Altomare A., Pellegrino G., Position estimation delays in signal injection-based sensorless PMSM drives, Proc. of IEEE SLED 2012 Symposium,1-6.
- [11] Marino R., Tomei P., Verrelli C. M., Induction motor control design, Springer, London, 2010
- [12] Morawiec M., Z type Observer Backstepping For Induction Machines, *IEEE Trans. on Ind. Electron.*, Vol. 62, Issue: 4, 2090-2103, 2015
- [13] Morawiec M., Lewicki A., Krzemiński Z., Obserwator prędkości kątowej wirnika maszyny indukcyjnej klatkowej oparty na metodzie backstepping ze ślizgowymi funkcjami przełączającymi, SENE 2017
- [14] Marzjan K., Analiza pracy obserwatora prędkości i momentu wykorzystującego model silnika bezszczotkowego we współrzędnych wirnika, SENE 2001