Uniwersytet Zielonogórski, Instytut Metrologii Elektroniki i Informatyki ORCID: 1. 0000-0001-5469-0068; 2. 0000-0002-9314-8025

doi:10.15199/48.2022.11.21

Analiza właściwości iteracyjnego algorytmu najmniejszych kwadratów w pomiarze częstotliwości sieci energetycznej

Streszczenie. W artykule przedstawiono badania symulacyjne i doświadczalne właściwości iteracyjnego algorytmu opartego na metodzie najmniejszych kwadratów, w pomiarze częstotliwości sieci energetycznej. Analizowano możliwość poprawy dokładności algorytmu poprzez zastosowanie filtracji cyfrowej próbek oraz uśrednianie wyników pomiarów. Badania przeprowadzono w warunkach stacjonarnych i dynamicznych. Wyniki badań porównano z wynikami otrzymanymi dla algorytmu opartego na DFT.

Abstract. The article presents simulation and experimental research of properties of an iterative algorithm based on the least squares method in measuring the frequency of the power grid. The possibility of improving the accuracy of the algorithm by applying digital filtering of samples and averaging the measurement results was analyzed. The research was carried out in stationary conditions and dynamic. The test results were compared with those obtained for the DFT-based algorithm (An analysis of an iterative least squares algorithm properties in measuring the frequency of a power grid).

Słowa kluczowe: metoda najmniejszych kwadratów, algorytm iteracyjny, pomiar częstotliwości, sieć energetyczna. **Keywords**: least squares method, iterative algorithm, frequency measurement, power grid.

Wstęp

Częstotliwość jest jednym z parametrów opisujących jakość energii elektrycznej. Z tego względu pomiary częstotliwości stosowane są w monitorowaniu i kontrolowaniu systemów energetycznych (SE). Znajomość częstotliwości napięcia sieci energetycznej pozwala także na dokładniejsze pomiary wielkości elektrycznych, np. mocy, współczynnika zawartości harmonicznych [1].

Współcześnie, pomiary częstotliwości SE wykonywane są przeważanie z zastosowaniem cyfrowych algorytmów, które umożliwiają wyznaczenie częstotliwości na podstawie próbek napięcia w sieci energetycznej. Istnieje wiele algorytmów do wyznaczania częstotliwości napięcia przemiennego, które można podzielić na algorytmy działające w dziedzinie częstotliwości i czasu. Algorytmy pierwszej grupy stosują przetwarzanie próbek z z zastosowaniem dyskretnej transformaty Fouriera (DFT) na widmo, na podstawie którego wyznaczana jest następnie częstotliwość. Wadą tego typu algorytmów jest wpływ przecieku widma na wyniki pomiarów. Efekt ten minimalizuje się stosując w algorytmach między innymi funkcje okien czasowych i interpolację widma [2, 3]. Dodatkowo, przeważnie większe dokładności pomiaru uzyskuje się dla próbek zebranych z większej liczby okresów sygnału (np. kilku), co przekłada się na większe opóźnienia w obliczeniach częstotliwości mierzonej. Z tego powodu szuka się takich rozwiązań dla algorytmów opartych na dyskretnej transformacie Fouriera, które redukują wpływ tego opóźnienia [4].

Algorytmy działające w dziedzinie czasu umożliwiają wyznaczenie częstotliwości sygnału bezpośrednio z próbek tego sygnału. Działania takie są realizowane między innymi w algorytmach z liniową predykcją próbek [5, 6] albo z wykrywaniem przejść sygnału przez zero [7, 8]. Przy czym, są one wrażliwe przede wszystkim na wpływ wyższych harmonicznych, które występować mogą w systemach elektroenergetycznych. Dlatego zaleca się stosować z tymi algorytmami filtry analogowe lub cyfrowe. Innym przykładem algorytmu czasowego może być algorytm oparty o metodę najmniejszych kwadratów, przestawiony w [9]. Zaletą tego algorytmu jest możliwość uzyskania dużych dokładności pomiaru częstotliwości sygnału wieloharmonicznego, co wynika z jego zasady działania. Nie jest jednak jasne jak zachowuje się taki algorytm w warunkach statycznych i dynamicznych opisywanych np.

w normach [10, 11] związanych z SE. Praca [9] stała się motywacją do przeprowadzenia dodatkowych badań, których wyniki prezentowe są w niniejszym artykule.

Celem niniejszej pracy jest: analiza właściwości znanego z [9] algorytmu iteracyjnego opartego na metodzie najmniejszych kwadratów (ILS) do pomiaru częstotliwości, sprawdzenie możliwości poprawy dokładności pomiaru częstotliwości w sieci energetycznej, poprzez zastosowanie w algorytmie filtru o skończonej odpowiedzi impulsowej (SOI) oraz uśrednianie wyników pomiarów. Badania przeprowadzono symulacyjnie z uwzględnieniem norm [10, 11] oraz doświadczalnie analizując właściwości różnych wersji algorytmu. Wyniki badań porównano z wynikami otrzymanymi z zastosowaniem dedykowanego algorytmu (R3DFT) do pomiarów w SE, opartego na DFT [4].

Ten artykuł jest rozszerzoną i uzupełnioną wersją referatu wygłoszonego na XIV Konferencji Naukowej "Systemy pomiarowe w badaniach naukowych i w przemyśle" SP'2022 i opublikowanego w materiałach konferencyjnych [12].

Algorytm do pomiaru częstotliwości

Algorytm najmniejszych kwadratów prezentowany w [9] oparty jest na złożeniu, że w pomiarze częstotliwości *f* rozpatrywane jest napięcie wieloharmoniczne:

(1)
$$u(t) = \sum_{h=1}^{H} U_{mh} \sin(2\pi h f t + \varphi_h),$$

gdzie: U_{mh} jest to amplituda *h*-tej harmonicznej, H – liczba harmonicznych, φ_h – faza początkowa. Algorytm działa na N_p próbkach tego napięcia, które można przedstawić w postaci wektora $\mathbf{b} = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_{Np}]^T$. W wyniku działania algorytmu minimalizowane są błędy $\boldsymbol{\varepsilon}$ w modelu pomiaru:

(2)
$$AC = b + \varepsilon$$
,

gdzie A jest to macierz współczynników, które określa się na podstawie częstotliwości nominalnej napięcia (f_n) oraz częstotliwości próbkowania (f_p), z zależności:

(3)
$$a_{i,0} = 1$$
, $a_{i,h} = \sin\left(P_h i \frac{1}{f_p}\right)$, $a_{i,H+h} = \frac{ih}{f_p} \cos\left(P_h i \frac{1}{f_p}\right)$,

(4)
$$a_{i,2H+h} = \cos\left(P_h i \frac{1}{f_p}\right), \ a_{i,3H+h} = \frac{-ih}{f_p} \sin\left(P_h i \frac{1}{f_p}\right),$$

gdzie $P_h = 2h\pi f_n$, $i = 0..N_p$ -1, h = 1..H.

Rozwiązując (2) względem C otrzymujemy:

$$\hat{\mathbf{C}} = \left(\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\right)^{-1}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{b}$$

Wektor $\hat{\mathbf{C}}$ jest estymatorem wektora \mathbf{C} , a jego elementy umożliwiają wyznaczenie odchyłki częstotliwości mierzonej od częstotliwości f_n . Przy czym, istnieją dwa możliwe wyniki tej odchyłki. Prawidłowy wynik określa się porównując wartości bezwzględne elementów c_1 i c_{2H+1} wektora $\hat{\mathbf{C}}$, zgodnie ze wzorem:

(6)
$$\hat{\Delta}_{f} = \begin{cases} \frac{c_{H+1}}{2\pi c_{1}} & \text{jeśli} |c_{1}| > |c_{2H+1}|, \\ \frac{c_{3H+1}}{2\pi c_{2H+1}} & \text{w przeciwnym wypadku.} \end{cases}$$

W dalszej kolejności można wyznaczyć częstotliwość sygnału napięciowego z zależności:

(7)
$$\hat{f} = f_n + \hat{\Delta}_f \,.$$

Zmodyfikowana wersja powyższego algorytmu pozwala działać w sposób iteracyjny, gdzie aktualny wynik częstotliwości o indeksie *j* może być wyznaczany w oparciu o poprzedni wynik:

(8)
$$\hat{f}(j) = \hat{f}(j-1) + \hat{\Delta}_{f}(j)$$
.

W niniejszym artykule przedstawiono badania właściwości algorytmu iteracyjnego ILS. Rozpatrywano także dodatkowe proponowane wersje algorytmu:

- ILS_F z zastosowanym dolnoprzepustowym filtrem cyfrowym SOI z oknem prostokątnym o częstotliwości granicznej f_g = 60Hz.
- ILS_U z uśrednianiem N/2 ostatnich wyników pomiarów, gdzie N jest to liczba próbek przypadająca na nominalny okres napięcia harmonicznej podstawowej (20 ms = 1/(50 Hz)).

Poza powyższymi sprawdzono wpływ przyjętej liczby harmonicznych w modelu (2) na dokładność wyznaczania częstotliwości. Dla uproszczenia rozważań przyjęto trzy wybrane przypadki H = 1, H = 7, H = 21. Aby rozróżnić algorytmy w nazwach algorytmów zawarto informację o wartości H. Na przykład dla H = 7 wyżej wymienione algorytmy mają zmienione nazwy na ILS_H7, ILS_H7F, ILS_H7U.

Badania symulacyjne Sygnały testowe

Badania właściwości zdefiniowanych wersji algorytmu ILS przeprowadzono symulacyjnie analizując ich maksymalne, bezwzględne błędy estymacji częstotliwości (Δ_{max}) otrzymane dla następujących sygnałów testowych:

- ST0 sygnał sinusoidalny o parametrach: U_{m1} = 325 V, φ₁= 0 i *f* zmienianym w zakresie 48÷52 Hz, zdefiniowany na podstawie normy [10].
- ST1 sygnał sinusoidalny (U_{m1} = 325 V, φ_1 = 0, f = 50 Hz) z szumem Gaussa o wartości SNR = 45dB.
- ST2 sygnał wieloharmoniczny o amplitudach maksymalnych podanych w normie [10], od 1 do 24 harmonicznej (THD \approx 12,35%), U_{m1} = 325 V, φ_h = 0 oraz

częstotliwości zmienianej w zakresie $f \in [47 \text{ Hz}, 52 \text{ Hz}]$ zdefiniowanym w [10].

- ST3 sygnał dwuharmoniczny o parametrach: $U_{m1} = 325 \text{ V}, \phi_1 = 0, f = 50 \text{ Hz}, U_{mh} = 0, 1U_{m1}, \phi_h = 0 \text{ dla } h$ wybieranego z zakresu od 2 do 50, zdefiniowany na podstawie normy [11].
- ST4 sygnał sinusoidalny o U_{m1} = 325 V, z liniową zmianą f w zakresie 47÷52 Hz w czasie 5 s. Sygnał zaczyna się od kilku okresów sinusoidy o stałej wartości f = 47 Hz i kończy kilkoma okresami sinusoidy o stałej wartości f = 52 Hz.
- ST5 sygnał sinusoidalny o $U_{\rm m1}$ = 325 V, z liniową zmianą częstotliwości w zakresie 48÷52 Hz, w czasie 4 s. Wyniki $\Delta_{\rm max}$ nie są wyznaczane dla początkowych i końcowych 140 ms liniowej zmiany. Sygnał zdefiniowano na podstawie [11].
- ST6 sygnał z sinusoidalny (U_{m1} = 325 V, f = 50 Hz) z modulacją amplitudy o częstotliwości Fr = 2 Hz, zdefiniowany na podstawie normy [11].
- ST7 sygnał z sinusoidalny (U_{m1} = 325 V, f = 50 Hz) z modulacją fazy o częstotliwości Fr = 2 Hz, zdefiniowany na podstawie normy [11].

Przedstawione sygnały ST0, ST1, ST2, ST3 umożliwiły badania algorytmów w warunkach stacjonarnych. Sygnały ST4, ST5, ST6, ST7 umożliwiły badania algorytmów w warunkach dynamicznych. Przy czym, ST0, ST3, ST5, ST6, ST7, zgodnie z normą [11] przeznaczone są do testowania urządzeń zwanych Phasor Measurement Unit (PMU), które stosowane są do monitorowania i kontroli SE w czasie rzeczywistym [13].

Badania wstępne

W celu ustalenia rzędu filtru SOI zastosowanego w algorytmach przeprowadzono badania wstępne. Na rys. 1 przedstawiono przykładowe wyniki Δ_{max} dla sygnałów ST2 i ST4, dla których wpływ rzędu filtru był istotny. Badania przeprowadzono przyjmując $N_p = 2N = 128$. Przedstawione wyniki wskazują, że wzrost rzędu do około 64 może poprawiać dokładności algorytmów dla sygnału ST2 (możliwa jest lepsza filtracja wyższych harmonicznych sygnału).



Rys. 1. Błędy Δ_{max} w funkcji rzędu filtru SOI dla sygnałów testowych: a) ST2, b) ST4

Tabela 1. Maksymalne błędy estymacji częstotliwości ∆_{max} analizowanych algorytmów otrzymane w różnych testach (Kolorem szarym wyróżniono wyniki spełniajcie normę [11], w testach zdefiniowanych na podstawie tej normy)

Algorytm	Δ_{\max} (Hz)							
	ST0	ST1	ST2	ST3	ST4	ST5	ST6	ST7
R3LDFT	0,0000	0,0910	0,0082	0,0000	0,0235	0,0020	0,0058	0,1216
ILS_H1	0,0000	0,0406	0,2653	0,499	0,0226	0,0225	0,2101	0,1058
ILS_H7	0,0000	0,0431	0,1703	0,0876	0,0223	0,0220	0,2103	0,1061
ILS_H21	0,0000	0,0422	*	0,0492	0,0240	0,0240	0,2103	0,1060
ILS_H1F	0,0000	0,0416	0,0408	0,0775	0,0383	0,029	0,2089	0,1115
ILS_H7F	0,0000	0,0433	0,0066	0,0048	0,0391	0,0296	0,2090	0,1117
ILS_H21F	0,0000	0,0433	0,0215	0,0012	0,0404	0,0315	0,2090	0,1117
ILS_H1U	0,0000	0,0266	0,0623	0,2936	0,0254	0,0254	0,0135	0,1084
ILS_H7U	0,0000	0,0288	0,0090	0,0085	0,0255	0,0254	0,0135	0,1085
ILS_H21U	0,0000	0,0289	*	0,0022	0,0258	0,0256	0,0136	0,1085

* - brak wyniku, ze względu na nieprawidłowe działanie algorytmu

W przypadku ST_4 wzrost rzędu zwiększa błędy estymacji częstotliwości (występują większe opóźnienia w wykrywaniu zmian częstotliwości). Na tej podstawie do dalszych badań przyjęto kompromisową wartość rzędu filtru, równą 32.

Badania porównawcze

Właściwości różnych wersji algorytmu ILS porównano z właściwościami algorytmu R3LDFT, prezentowanym w [4]. Ze względu na zasadę działania, przyjęto w badaniach symulacyjnych liczbę próbek 3N+3 = 196 do wyznaczania *f* w R3LDFT (algorytm wymaga próbek z trzech okresów sygnału analizowanego plus 3 próbki). W przypadku algorytmów ILS przyjęto $N_p = 2N = 128$ próbek z dwóch okresów. Przy większej liczbie okresów algorytmy ILS charakteryzowały się większymi błędami w warunkach dynamicznych. Wyniki Δ_{max} dla porównywanych algorytmów, otrzymane w testach z ST0÷ST7, przedstawiono w tabeli 1 z rozdzielczością 0,0001 Hz. Na podstawie wyników badań wyciągnięto następujące wnioski:

- Zastosowanie filtracji próbek umożliwia poprawę dokładności algorytmu ILS w testach z ST2, ST3.
- Uśrednianie wyników *f* poprawia dokładność algorytmu ILS w testach z ST1, ST2, ST3, ST6.
- Algorytm ILS_H7U wypadł najkorzystniej spośród wszystkich wersji algorytmów ILS, z uwzględnieniem wszystkich testów.
- Dla H = 1 algorytm ILS charakteryzuje się większymi błędami niż dla H = 7. Natomiast dla H = 21 algorytm jest niestabilny, co przy dużych odchyłkach (np. -3 Hz) od częstotliwości nominalnej prowadzi do nieprawidłowego działania (ST2).
- W warunkach stacjonarnych ILS_H7U jest znacznie bardziej odporny na zakłócenia losowe od R3LDFT (ST1). Z kolei R3LDFT jest mniej wrażliwy na wpływ wyższych harmonicznych (ST2, ST3). Przy czym, różnice błędów w stosunku do ILS_H7U nie są duże (≤0,0085 Hz).
- W warunkach dynamicznych, w teście z ST7, ILS_H7U charakteryzuje się mniejszym błędem od R3LDFT o około 0,013 Hz. Natomiast R3LDFT charakteryzuje się mniejszymi błędami od ILS_H7U w testach ST4, ST6 (≤ 0,0067 Hz) oraz w ST5 (około 0,024 Hz).
- Żaden z algorytmów nie spełnia w pełni warunków definiowanych w [11]. Błędy graniczne podane w [11] dla sygnałów ST0, ST3, ST5, ST6, ST7 wynoszą odpowiednio 0,005 Hz; 0,025 Hz; 0,01 Hz; 0,12 Hz; 0,12 Hz. W tabeli 1 zaznaczono wyniki spełniające te warunki. Najkorzystniej z punktu widzenia tych warunków wypada algorytm R3LDFT. W drugiej kolejności jest algorytm ILS_H7U.

Badania doświadczalne

Właściwości algorytmów porównano także w badaniach doświadczalnych. Na potrzeby badań zbudowano komputerowy system pomiarowy, którego schemat przedstawiono na rysunku 2.



Rys. 2. Schemat komputerowego systemu pomiarowego do badania właściwości algorytmów

W układzie tym napięcie przemienne z sieci jednofazowej

o częstotliwości znamionowej 50 Hz zmniejszono przez transformator o przełożeniu 230V/3V. Napięcie wyjściowe transformatora próbkowano za pomocą 12-bitowego przetwornika A/C umieszczonego na karcie pomiarowej PCI 6024E, a następnie próbki tego napięcia przesyłano do pamięci komputera. Napięcie wyjściowe transformatora podłączono dodatkowo do multimetru HP3401A, który umożliwiał pomiar częstotliwości, a wynik tego pomiaru również przesyłano do komputera. Na komputerze aplikację zainstalowano pomiarową opracowaną w środowisku LabWindows, która umożliwiała konfigurację obu przyrządów pomiarowych (karty i multimetru), jednoczesne rozpoczęcie pomiarów oraz odczyt danych z obu urządzeń. Za pomocą aplikacji także wyznaczano próbek częstotliwość na podstawie napiecia, z zastosowaniem analizowanych w pracy algorytmów. pomiędzy Dodatkowo określano różnice wvnikami uzvskanvmi z tvch algorvtmów a wartościa czestotliwości zmierzona multimetrem. Dokładność pomiaru (f_{HP}) częstotliwości 50 Hz dla multimetru wynosi ±0,005 Hz. Zdaniem autorów dokładność ta jest wystarczająco duża do pomiarów w systemie elektroenergetycznym i wystarczająca do oceny właściwości analizowanych algorytmów. Ponieważ wyniki takich pomiarów mogą być obarczone zakłóceniami losowymi, dlatego wykonano je wielokrotnie, w ciągu kilku godzin, co minutę przez 1 sekundę. W każdej minucie jednocześnie programowo wyzwalano pomiary częstotliwości multimetrem oraz akwizycję próbek za pomocą karty PCI6024. W tym samym czasie pomiaru równym jednej sekundzie, karta pobrała M = 3200 próbek z 50 okresów napięcia wyjściowego transformatora (częstotliwość próbkowania wynosiła 3,2 kHz), natomiast multimetr wykonał 1 pomiar częstotliwości. Dla K wyników pomiarów wykonanych w ciągu 1 s (*K* = 3005 dla R3LDFT, 3040 dla ILS_U i ILS_F), z zastosowaniem analizowanych algorytmów wyznaczono różnice zgodnie ze wzorem:

(9)
$$d(k) = \hat{f}_{ILS/R3LDFT}(k) - f_{HP}$$
, dla $k = 1..K$,

a następnie spośród wyników d(k) największą wartość D.

Na rysunku 3 przedstawiono przykładowe wyniki pomiaru D uzyskane co minutę dla wybranego przedziału czasu 30 minut. Z kolei w tabeli 2 przedstawiono wartości bezwzględne największych różnic D_{max} otrzymane z tego przedziału czasu, spośród 31 wyników D dla każdego z analizowanych algorytmów. Wyniki badań dla innych przedziałów czasu prowadziły od uzyskania takich samych wniosków, które były następujące:

- Zastosowanie filtracji cyfrowej oraz uśredniania wyników poprawia dokładność pomiaru częstotliwości algorytmu ILS.
- Zastosowanie z algorytmem ILS metody uśredniania wyników jest korzystniejsze od zastosowania filtracji.
- Największą dokładność pomiaru częstotliwości spośród wszystkich algorytmów uzyskano dla ILSH7U.

Reasumujac, wyniki badań doświadczalnych potwierdziły wnioski związane z zastosowaniem filtracji i uśredniania w algorytmie ILS, otrzymane w badaniach symulacyjnych. Należy mieć jednak na uwadze, że przeprowadzone badania doświadczalne pozwoliły na porównanie właściwości algorytmów w warunkach zbliżonych do statycznych. Podczas wielogodzinnych badań nie zaobserwowano w sieci energetycznej dużych i szybkich zmian częstotliwości. Największa wykryta odchyłka częstotliwości od nominalnej 50 Hz wynosiła około 0,053 Hz. Wyznaczone na podstawie próbek napięcia wartości SNR i THD wynosiły odpowiednio 43 dB i 3,1%.



Rys. 3. Wartości D w funkcji czasu dla wybranych algorytmów i N_p = 128 (196 dla R3LDFT)

Tabela 2. Maksymalne bezwzględne różnice *D*_{max} między częstotliwościami zmierzonymi z zastosowaniem algorytmów i multimetrem HP34401A w czasie 30 minut.

Algorytm	D _{max} (Hz)			
R3LDFT	0,023			
ILS_H1	0,141			
ILS_H7	0,022			
ILS_H21	0,018			
ILS_H1F	0,024			
ILS_H7F	0,017			
ILS_H21F	0,017			
ILS_H1U	0,020			
ILS_H7U	0,010			
ILS_H21U	0,011			

Podsumowanie

Otrzymane wyniki badań symulacyjnych i doświadczalnych wykazały, że zastosowanie filtru

cyfrowego oraz uśrednianie wyników estymacji poprawia ogólne właściwości algorytmu opartego na metodzie najmniejszych kwadratów. Przy czym, korzystniej jest stosować uśrednianie niż filtrację. Filtracja przede wszystkim zwiększa odporność algorytmu na wpływ wyższych harmonicznych. Uśrednienie poprawia odporność algorytmu na wpływ zakłóceń losowych, wyższych harmonicznych, a także modulacji amplitudowej analizowanego sygnału.

Wyniki badań pokazały, że najlepszymi właściwościami spośród wszystkich wersji algorytmu ILS w pomiarze *f* sieci energetycznej charakteryzuje się ILS_H7U. W porównaniu do algorytmu R3LDFT algorytm ILS_H7U cechuje się większą odpornością na zakłócenia losowe i nieznacznie gorszymi właściwościami dynamicznymi.

Właściwości algorytmu ILS wskazują, że jego zastosowanie można upatrywać w pomiarach, w których wymaga się od algorytmów lepszych właściwości statycznych niż dynamicznych, np. w pomiarach wielkości energji elektrycznej

Autorzy: dr inż. Mariusz Krajewski, Uniwersytet Zielonogórski, Instytut Metrologii, Elektroniki i Informatyki, ul. Z. Szafrana 2, 65-516 Zielona Góra, E-mail: M.Krajewski@imei.uz.zgora.pl; dr inż. Sergiusz Sienkowski, prof. UZ, Uniwersytet Zielonogórski, Instytut Metrologii, Elektroniki i Informatyki, ul. Z. Szafrana 2, 65-516 Zielona Góra, E-mail: S.Sienkowski@imei.uz.zgora.pl.

LITERATURA

- Ramos P. M., Janeiro F. M., Radil T., On the use of multiharmonic least-squares fitting for THD estimation in power quality analysis. *Metrology and Measurement Systems*, 2 (2012), 295-306
- [2] Belega D., Petri D., Dallet D., Accurate Frequency Estimation of a Noisy Sine-wave by Means of an Interpolated Discretetime Fourier Transform Algorithm. *Measurement*, 116 (2018), 685-691
- [3] Jin T., Zhang W., A Novel Interpolated DFT Synchrophasor Estimation Algorithm with an Optimized Combined Cosine Selfconvolution Window, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 70 (2021) 1-10
- [4] Kang S.-H., Seo W.-S, Nam. S.-R., A Frequency Estimation Method Based on a Revised 3-level Discrete Fourier Transform with an Estimation Delay Reduction Technique. *Energies*, 13, (2020) 2256
- [5] Vizireanu D.N., A Fast, Simple and Accurate Time-varying Frequency Estimation Method for Single-phase Electric Power Systems. *Measurement*, 45 (2012), 1331-1333
- [6] Chakkor S., Baghouri M., Hajraoui A., Performance Analysis of Faults Detection in Wind Turbine Generator Based on High-Resolution Frequency Estimation Methods. Int. J. Adv. Comput. Sci. Appl. 5 (2014), 139-148
- [7] Borkowski, D. On-line Instantaneous Frequency Estimation and Voltage/Current Coherent Resampling Method. *Metrol. Meas. Syst.*, 1 (2005), 59-75
- [8] Xue S. Y., Yang S. X., Accurate and Fast Frequency Tracking for Power System Signals. IEEE Int. Conf. Syst. Man Cybern. (2007), 2754-2759
- [9] Đurišić Ž., Papić V., Power system frequency tracking based on LES technique with constant matrix. *Measurement*, 114 (2018), 308-321
- [10] Voltage Characteristics in Public Distribution Systems. Standard EN50160
- [11]Measuring relays and protection equipment Part 118-1: Synchrophasor for power systems – Measurements. Standard IEC/IEEE 60255-118-1:2018
- [12]Krajewski M., Sienkowski S., Analiza właściwości algorytmu ILS w pomiarze częstotliwości sieci energetycznej. XIV Konferencja Naukowa SP'2022. Oficyna Wydaw. Uniwersytetu Zielonogórskiego, Zielona Góra, (2022), 41-44
- [13] Szewczyk M., Wymagania normatywne pomiarów synchronicznych w infrastrukturze elektroenergetyki. Przegląd elektrotechniczny, 3 (2014), 80-83