

doi:10.15199/48.2023.01.44

Analiza numeryczna propagacji harmonicznych w obwodzie jednofazowym AC z obciążeniem nieliniowym

Streszczenie Podstawowymi zniekształceniami współczesnych systemów elektroenergetycznych są składowe harmoniczne, wywołane najczęściej przez obciążenie nieliniowe. W pracy rozważano obwód prądu przemiennego zawierający część liniową LR oraz obciążenie nieliniowe, którego napięcie jest proporcjonalne do funkcji signum prądu. Przedstawiono symboliczne rozwiązania równania tego modelu w stanie ustalonym dla przepływu prądu bez przerw, uwzględniając wszystkie harmoniczne. Dla prądu płynącego z przerwami równanie to rozwiązano numerycznie wykorzystując system MATLAB-Simulink. Wybrane wyniki badań numerycznych, charakterystyki przedstawiono w postaci graficznej.

Abstract. The main distortions of modern power systems are harmonics, usually caused by a nonlinear load. This paper considers an AC circuit containing a linear LR component and a nonlinear load with a voltage proportional to the signum function of the current. The symbolic solutions of the equation of this model in the steady state for the current flow without interruptions are presented, with consideration of all harmonics. For current flowing with interruptions, this equation was solved numerically using the MATLAB-Simulink system. Selected numerical results, characteristics are presented in graphical form. **Numerical analysis of harmonic propagation in single-phase AC circuit with nonlinear load.**

Słowa kluczowe: harmoniczne, obwód AC, nieliniowe obciążenie, analiza numeryczna.

Keywords: harmonics, AC circuit, nonlinear load, numerical analysis.

Wprowadzenie

Wymagania techniczne systemu elektroenergetycznego określają warunki realizacji handlu energią. Warunki te w uproszczonej formie są podane w normie IEC 519 i dotyczą punktu przyłączenia do systemu (PPdS) [1]. Z jednej strony określają one zawartość harmonicznych w napięciu za co odpowiada dostawca energii, a z drugiej strony oznaczają dopuszczalną zawartość harmonicznych w prądzie pobieranym przez obciążenie odbiorcy energii. Według [1] współczynnik zawartości harmonicznych napięcia nie powinien przekraczać 8% dla wartości skutecznej i 5% dla harmonicznej tylko trzeciej. Dla innych harmonicznych dopuszczalna zawartość jest jeszcze mniejsza.

System energetyczny z wybranego punktu PPdS widziany jest jako źródło napięcia przyłączone przez zastępczą impedancję wyjściową systemu energetycznego, która charakteryzuje sztywność tego źródła. Impedancja ta ma na ogół charakter indukcyjny, dzięki temu efektywność przesyłu energii jest wysoka, ale sztywność zasilania jest obniżona.

Nieliniowość odbiornika może powodować dodatkowe zaburzenia sinusoidalności przebiegów prądów i napięć w obwodzie, występowanie składowych wyższych harmonicznych.

Rozważany jednofazowy obwód prądu przemiennego modeluje typowy układ system elektroenergetyczny – odbiorca energii. Zawiera on elementy: źródło napięcia przemiennego, system przesyłowy oraz odbiornik. Układ przesyłowy systemu jest liniowy przedstawiany w modelu jako impedancja składająca się z szeregowo połączonych rezystancji i reaktancji indukcyjnej, której wartość na ogół jest znacząco większa od rezystancji.

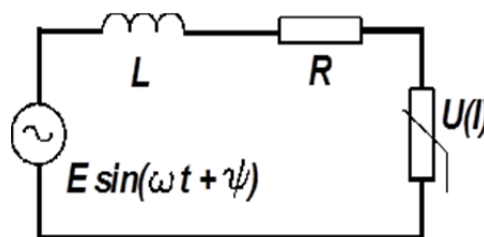
Elektronizacja urządzeń elektrycznych powoduje, że większość stosowanych urządzeń stanowią odbiorniki nieliniowe. W pracy rozważane jest odbiornik, którego charakterystyka prądowo-napięciowa jest funkcją nieliniową, nieparzystą i jednoznaczną. Tzn. charakterystyka ta nie zawiera elementów kumulujących energię, czyli indukcyjności lub pojemności.

W pracy przedstawiono analizę symboliczną stanu ustalonego jednofazowego obwodu prądu przemiennego z obciążeniem nieliniowym, które modeluje m.in. łuk elektryczny [2,3] lub prostownik mostkowy [4]. Metoda tego rozwiązania została opracowana ponad 30 lat temu. Ale

wyniki te dotyczą tylko zakresu napięć odbiornika mniejszych od ok. 0,54 amplitudy napięcia zasilania. W szerszym zakresie badania można wykonać tylko stosując symulację obwodu. W tym celu opracowano model obwodu i zorganizowano eksperyment symulacyjny wyznaczania charakterystyk tego obwodu w szerszym przedziale u_a . Definicje podstawowych wielkości charakteryzujących obwody z przebiegami odkształconymi można znaleźć w [5, 6, 7]. W programie realizującym badania zastosowano te definicje. Wykorzystano też wyniki rozwiązania symbolicznego. Wyniki symboliczne ułatwiły interpretację zjawisk w obwodzie z obciążeniem nieliniowym. Wyniki badań, które wydają się interesujące przedstawiono na rysunkach.

Analiza symboliczna modelu obwodu z obciążeniem nieliniowym

Dla analizy generacji harmonicznych przez oddziaływań rozpatruje się obwód zasilany z sinusoidalnego źródła napięcia zawierający szeregowo połączone indukcyjność i rezystancję oraz element nieliniowy. Schemat tego obwodu przedstawiono na rys.1



Rys. 1. Schemat analizowanego obwodu.

Przyjęto, że charakterystyka prądowo-napięciowa elementu nieliniowego dla $U_a > 0$ opisana jest następująco:

$$(1) \quad U(t) = U_a \cdot \text{sign} I(t) = \begin{cases} U_a, & I(t) > 0 \\ 0, & I(t) = 0 \\ -U_a, & I(t) < 0 \end{cases}$$

Równanie obwodu z wykorzystaniem zmiennych bezwymiarowych, dla zerowych warunków początkowych można przedstawić w postaci:

$$(2) \quad \frac{di(\tau)}{d\tau} + r \cdot i(\tau) + u(\tau) = \sin(\tau + \psi)$$

$$(3) \quad \tau = \omega t; \quad i(\tau) = \frac{I(\omega t)}{E/\omega L}; \quad u(\tau) = \frac{U(\omega t)}{E}; \quad u_a = \frac{U_a}{E}; \quad r = \frac{R}{\omega L};$$

gdzie: ψ - jest kątem przesunięcia fazowego między napięciem zasilającym, a harmoniczną podstawową napięcia obciążenia.

W analizie obwodu założono, reaktancja obwodu ωL i element $U(I)$ są wielkościami istotnymi, natomiast rezystancja R jest mniejsza od reaktancji i ma mniejsze znaczenie.

Powyższe relacje obowiązują tylko dla stanu ustalonego obwodu z bezprzerwowym przepływem prądu $i(\tau)$, tzn. prąd ma przeliczalną liczbę punktów przejścia przez zero. W stanie ustalonym napięcie obciążenia $u(\tau)$ jest symetryczną falą prostokątną o amplitudzie u_a i częstotliwości kątowej podstawowej harmonicznnej równej 1. Maksymalna wartość napięcia odbiornika, przy którym spełniony jest ten warunek, może być łatwo wyznaczona dla $r=0$. Wynosi ona

$$(4) \quad u_b = \frac{u_1}{\sqrt{1 + \pi^2/4}} \cong 0,537$$

Oznacza to, że przepływ bezprzerwow prądu występuje tylko dla odbiornika o amplitudzie napięcia równego w przybliżeniu połowie amplitudy napięcia zasilania. W tym zakresie wielkości u_a , kształt przebiegu napięcia obciążenia nie zależy od parametrów obwodu. Wówczas napięcie to można rozwinąć w szereg Fouriera w następujący sposób:

$$(5) \quad u(\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} u_{(2n-1)} \sin[(2n-1)\tau] = u_1 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \sin[(2n-1)\tau]$$

gdzie u_1 oznacza amplitudę pierwszej harmonicznnej napięcia, a $u_{(2n-1)}$ amplitudę $(2n-1)$ -szej

$$(6) \quad u_1 = \frac{4u_a}{\pi}, \quad u_{(2n-1)} = \frac{u_1}{2n-1}$$

Współczynnik zniekształceń napięcia odbiornika nieliniowego oznaczany THD_u można wyznaczyć na podstawie szeregu Fouriera (5), w następującej postaci:

$$(7) \quad THD_u = \frac{\sqrt{u_3^2 + u_5^2 + u_7^2 + \dots}}{u_1} = \sqrt{\frac{\pi^2}{8} - 1} = 0.4834$$

Wartość tego współczynnika jest ok 6-krotnie większa od dopuszczalnej wartości THD_u w napięciu zasilania. Włączona szeregowo indukcyjność zmniejsza przepływ prądów harmonicznnych od nieliniowości do źródła zasilania i tym samym zmniejsza wpływ nieliniowości na THD_u w PPSi pogorszenie efektywności energetycznej.

Również przebieg prądu może być opisany szeregiem Fouriera:

$$(8) \quad i(\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} i_{(2n-1)} \cdot \sin[(2n-1)\tau + \varphi_{(2n-1)}]$$

Relacja między przebiegami prądu (8) i napięcia (5) jest determinowana relacją (1) i aby obowiązywała dla każdego $\tau = k \cdot \pi$, $k = 0, 1, 2, \dots$ musi obowiązywać warunek:

$$(9) \quad i_1 \cdot \sin(\varphi_1) = - \sum_{n=2}^{\infty} i_{(2n-1)} \cdot \sin(\varphi_{(2n-1)})$$

Ta relacja obowiązuje dla nieliniowości, której charakterystyka prądowo napięciowa jest funkcją jednoznaczna i nieparzystą.

Powyższe równania można przepisać w postaci fizycznej uwzględniając wielkości odniesienia. Gdy dotyczy to różnych wielkości odniesienia, to należy rozpocząć od równań fizycznych, na przykład relacji między wyższymi harmonicznymi napięcia i prądu:

$$(10) \quad I_{(2n-1)} = \frac{U_{(2n-1)}}{\sqrt{(2n-1)^2 \cdot (\omega L)^2 + R^2}} = \frac{U_{(2n-1)}}{\omega L \sqrt{(2n-1)^2 + r^2}}$$

Dopiero teraz dzieląc obustronnie przez I_m uzyskuje się i podstawiając za $u_{(2n-1)}$ z (6) uzyskuje się równań bilansu harmonicznnych dla $n \geq 2$ dla $r < 0,3$ następujące wyniki:

$$(11) \quad i_{(2n-1)} = \frac{u_1}{(2n-1) \sqrt{(2n-1)^2 + r^2}} \cong \frac{u_1}{(2n-1)^2} \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{2n-1} \right)^2 \right)$$

$$(12) \quad \varphi_{(2n-1)} = -\text{arctg} \frac{r}{2n-1}$$

$$(13) \quad \sin(\varphi_{(2n-1)}) = \frac{-1}{\sqrt{1 + \left(\frac{r}{2n-1} \right)^2}} \cong -1 + \frac{1}{2} \left(\frac{r}{2n-1} \right)^2$$

Stąd otrzymuje się [8]

$$(14) \quad \sum_{n=2}^{\infty} i_{(2n-1)} \cdot \sin(\varphi_{(2n-1)}) = -u_1 \cdot W(r)$$

$$\text{gdzie } W(r) = \left(\frac{\pi^2}{8} - 1 - r^2 \left(\frac{\pi^4}{96} - 1 \right) \right) \cong (0.2337 - r^2 \cdot 0.01467)$$

Wykorzystując tę zależność uzyskuje się:

$$(15) \quad i_1 \cdot \sin(\varphi_1) = -u_1 \cdot W(r)$$

Z powyższej zależności wynika, że kąt przesunięcia fazowego pierwszej harmonicznnej prądu jest ujemny, tzn. prąd jest opóźniony względem napięcia i że zastępczym schemat szeregowy elementu nieliniowego dla harmonicznnej podstawowej prądu i napięcia zawiera indukcyjność i rezystancję. Dla schematu zastępczego zawierającego elementy połączone równolegle reaktancja indukcyjna zastępcza ma wartość stałą. W dalszej analizie użyteczniejszy jest schemat zastępczy szeregowo połączonych elementów ωL_Z , R_Z . Dlatego wyznaczono te elementy. Spadki napięcia na tych elementach można zapisać:

$$(16) \quad \omega L_Z \cdot I_1 = U_1 \cdot \sin(\varphi_1)$$

$$(17) \quad R_Z \cdot I_1 = U_1 \cdot \cos(\varphi_1)$$

Po podstawieniu z (14) wynikają następujące wartości elementów zastępczych:

$$(18) \quad \omega L_Z \cdot = \omega L \cdot \frac{u_1}{i_1} \cdot \sin(\varphi_1) = \omega L \cdot \left(\frac{u_1}{i_1}\right)^2 \cdot W(r)$$

$$(19) \quad R_Z \cdot = \omega L \cdot \frac{u_1}{i_1} \cdot \cos(\varphi_1) \cong \omega L \cdot \frac{u_1}{i_1} \left(1 - 0.5 \left(\frac{u_1}{i_1} \cdot W(r)\right)^2\right)$$

Ostatni wynik jest szczególnie interesujący. Odbiornik opisany nieparzystą jednoznaczną funkcją nieliniową, ma w schemacie zastępczym indukcyjność, która jest elementem konserwatywnym. Charakterystyka prądowo-napięciowa indukcyjności dla prądu sinusoidalnego jest niejednoznaczna. Ale nieliniowy element jest napięciowym źródłem wyższych harmonicznych, których amplitudy i przesunięcie fazowe prądów są determinowane przez elementy L i R obwodu oraz spełniają relację (9). W efekcie dla pierwszej harmonicznej obserwuje się zwiększenie indukcyjności obwodu.

Na podstawie (9) można wyznaczyć współczynnik zawartości harmonicznych prądu. Suma kwadratów amplitud wyższych harmonicznych wynosi [8]:

$$(20) \quad \sum_{n=2}^{\infty} i_{(2n-1)}^2 = u_1^2 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^4 \cdot \left(1 + \left(\frac{r}{2n-1}\right)^2\right)} \cong u_1^2 \left(\frac{\pi^4}{96} - 1 - r^2 \cdot \left(\frac{\pi^6}{960} - 1\right)\right) \cong u_1^2 (0,01468 - r^2 \cdot 0,00145)$$

Stąd współczynnik zawartości harmonicznych prądu ma postać:

$$(21) \quad THD_i \cong \frac{u_1}{i_1} \cdot 0,1212 \cdot (1 - r^2 \cdot 0,0494)$$

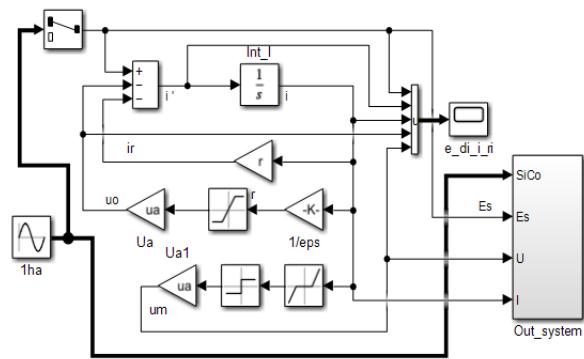
Zaś współczynnik zawartości harmonicznych napięcia odbiornika nieliniowego określony jest przez (7).

Kwadrat tego współczynnika jest równy części stałej $W(r)$ (14) dla $u_a < u_{ab}$. Oznacza to, że powyższe zależności obowiązują tylko dla odbiornika o amplitudzie napięcia równego w przybliżeniu połowie amplitudy napięcia zasilania. Stąd wynikają pytania: Jaki jest wpływ rezystancji obwodu tzn. parametru r oraz jak będą wyglądały powyższe zależności dla większych wartości u_a . Nie znaczy to, że otrzymane wyniki są niepotrzebne. Zostaną one wykorzystane do organizacji eksperymentu badawczego oraz sprawdzenia, weryfikacji wyników symulacji obwodu w Simulinku.

Symulacja modelu obwodu z obciążeniem nieliniowym

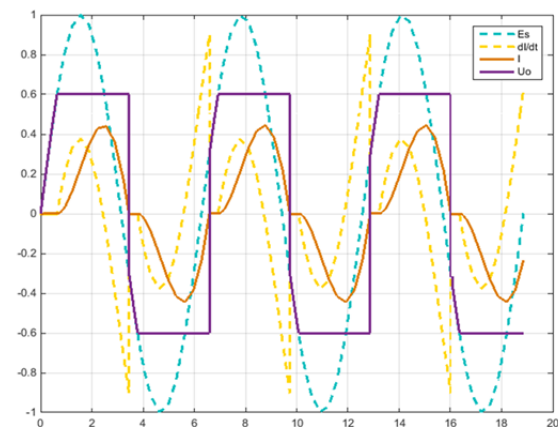
Dla analizy tych badań rozpatruje się obwód zasilany z sinusoidalnego źródła napięcia zawierający szeregowo połączone zastępczą indukcyjność i rezystancję oraz element nieliniowy. Do realizacji badań symulacyjnych obwód z Rys. 1 został zamodelowany w Simulinku - rys.2

Część liniową modelu w Simulinku zrealizowano na sumatorze, integratorze oraz wzmacniaczu. Nieliniowość opisana równaniem sigum (1) powodowała zawieszanie się komputera, gdy stosowane były metody zmiennokrokowe rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych. Dlatego układ ten zrealizowano jako blok nasycenia o dużym wzmacnieniu części liniowej charakterystyki oraz poziomach nasycenia proporcjonalnych do amplitudy odbiornika nieliniowego.



Rys.2 Schemat operacyjny modelu obwodu z rys.1.

Zasilanie wykonano z bloku 1ha, który generuje funkcje czasu $\sin(\tau)$ i $\cos(\tau)$ wykorzystywane w dalszych obliczeniach. Na rys.3 przedstawiono przebiegi czasowe zmiennych bezwymiarowych napięcia zasilania, pochodnej prądu, prądu oraz napięcia odbiornika dla amplitudy napięcia obciążenia nieliniowego $u_a = 0,6$ i rezystancji $r = 0,1$.



Rys.3. Przebiegi w obwodzie z modelem obciążenia nieliniowego dla $u_a = 0,6$, $r_1 = 0,1$

Na rysunku 3 widoczne jest pewne zjawisko, gdy prąd jest bliski zero. Przebieg prądu jest zależny od użytej metody rozwiązywania RRZ. Po analizie tego przebiegu prąd dla różnych metod zastosowano RK45. W powiększeniu prąd ma charakter drgań relaksacyjnych. Natomiast napięcie elementu nieliniowego na tym odcinku czasu pokrywa się z napięciem zasilania czyli spadek napięcia na indukcyjności i rezystancji jest bliski zero. To oznacza, że w tym przypadku napięcie odbiornika nie wynika z modelu (1). Aby uzyskać napięcie odpowiadające modelowi (1) zastosowano dodatkowy układ obserwacji napięcia odbiornika zawierający układ strefy nieczułości, funkcji sigum i wzmacniacz napięcia u_a .

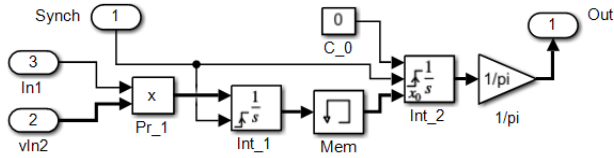
Schemat operacyjny z rys. 3 umożliwia obserwację wartości chwilowych prądów i napięć obwodu z rys. 1. W stanie ustalonym wykorzystuje się wielkości charakteryzujące te wielkości uśrednione za okres. Prezentowana wcześniej analiza stanu ustalonego obwodu rozdziela postępowanie na dwa etapy: analizę wyższych harmonicznych a następnie analizę harmonicznej podstawowej. Aby taką procedurę przeprowadzić numerycznie, w układzie wyjściowym określone są składowe sinusoidalną i kosinusoidalną harmonicznej podstawowej oraz suma kwadratów wszystkich harmonicznych.

$$(22) \quad i_s = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i(\tau) \cdot \sin(\tau) \cdot d\tau$$

$$i_c = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i(\tau) \cdot \cos(\tau) \cdot d\tau$$

$$(23) \quad i_{ms}^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i(\tau)^2 \cdot d\tau$$

Schemat do wyznaczania składowych sin/cos zmiennej In1 (np. równej $i(\tau)$) jest przedstawiony na rys.4.



Rys.4 Schemat operacyjny wyznaczania składowych sinusoidalnych i kosinusoidalnych wielkości wyjściowej In1 modelu obwodu.

Na wejście vIn2 podawany jest wektor $[\sin(\tau); \cos(\tau)]$. Na wyjściu układu mnożenia uzyskuje się wektor funkcji podcałkowych. Dalsze obliczenia prowadzone są dla kolejnych okresów i są synchronizowane sygnałem $\sin(\tau)$ (początek okresu) na integratorach Int_1 i Int_2. Pierwszy z nich całkuje sygnał wyjściowy (wektor sygnałów) z układu mnożącego Pr_1, na którego wejścia podano wielkość chwilową (np. prąd) oraz wektor przebiegów $\sin(\tau)$ i $\cos(\tau)$. Przed rozpoczęciem nowego okresu wartość całki jest pamiętana w bloku Mem i w nowym okresie jest przekazywana do Int_2, którego wyjście jest dzielone przez pi i kończy operację uśredniania.

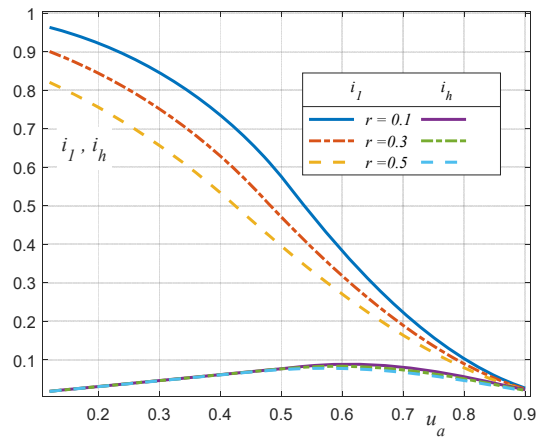
Gdy na wejścia układu mnożącego podane jest ten sam sygnał, (np. prąd chwilowy) to na wyjściu uzyskuje się uśredniony kwadrat podwojonej wartości skutecznej (prądu).

W ten sposób zamodelowano układ do pomiaru składowej sinusoidalnej, kosinusoidalnej amplitudy harmonicznej podstawowej oraz wartości skutecznej prądu, napięcie odbiornika i zasilania. Te zależności umożliwiają wyznaczanie wskaźników zawartości harmonicznyc, mocy czynnej napięć i prądu obwodu oraz wartości elementów schematu zastępczego. Wyznaczano te wielkości dla napięcia zasilania, napięcia odbiornika nieliniowego, prądu oraz mocy czynnej pobieranej ze źródła oraz mocy czynnej odbiornika nieliniowego.

Charakterystyki modelu obwodu z obciążeniem nieliniowym

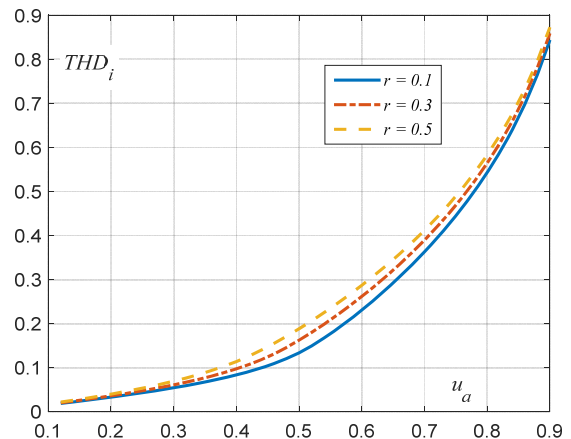
Eksperymentem symulacyjnym sterowano z programu w MATLABie. Obliczenia prowadzono dla 10 okresów napięcia zasilania, napięcia u_a w zakresie $\langle 0,1, \dots, 0,9 \rangle$ oraz wartości $r = 0,1, 0,3$ i $0,5$. Charakterystyki amplitudy wyższych harmonicznyc i harmonicznej podstawowej prądu przedstawiono na rys.5. Wartość skuteczną wyższych harmonicznyc mnożoną przez pierwiastek kwadratowy z dwu nazwano amplitudą wyższych harmonicznyc.

W wyniku badań modelu uzyskano krzywe bardziej zgodne z charakterystykami rzeczywistyc obwodów (np. prostownika mostkowego) niż wykresy prezentowane we wcześniejszych pracach [4]. Dla $u_a \approx 0,5$ krzywe amplitudy pierwszej harmonicznej mają punkty przegięcia i wraz z dalszym wzrostem u_a , dążą do zera.



Rys.5 Amplituda pierwszej harmonicznej i wyższych harmonicznyc prądu obwodu w funkcji amplitudy napięcia odbiornika i rezystancji.

Podobnie jest dla wyższych harmonicznyc. W efekcie obserwuje się wzrost wskaźnika zawartości wyższych harmonicznyc prądu w rozważanym obwodzie - rys.6.

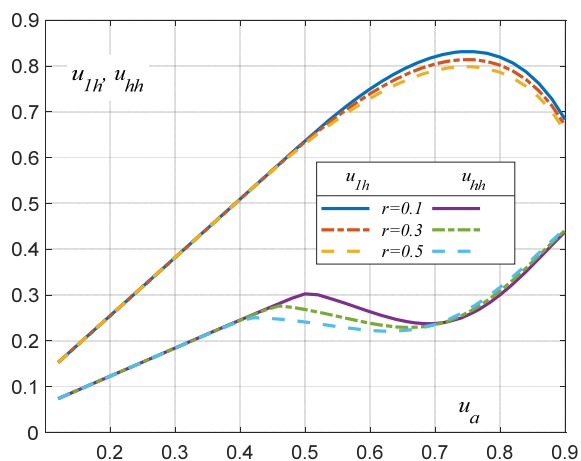


Rys.6 Współczynnik zawartości harmonicznyc prądu obwodu w funkcji amplitudy napięcia odbiornika i rezystancji.

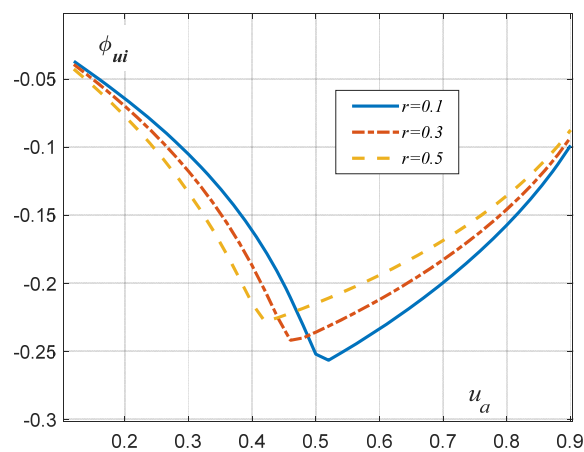
W normie IEEE519 [1] nie jest określone THD_i . Wprowadzono natomiast TDD (ang. total demand distortion) co można tłumaczyć jako całkowite pożądane zniekształcenia. W paśmie do 50-tej harmonicznej dla dość sztywnego układu zasilania (wartość skuteczna prądu zwarciowego jest większa od stu wartości skutecznyc prądu obciążenia), współczynnik TDD powinien być mniejszy od 12%. Przyjmując takie ograniczenie dla THD_i z rys.6 wynika, że dla $u_a = 0,5$ wskaźnik ten przekracza wartość przyjętą w standardzie IEEE519 i dość szybko rośnie wraz z wartością u_a .

Nieco inny charakter ma widmo częstotliwościowe napięcia odbiornika. Charakterystyki amplitudy wyższych harmonicznyc i harmonicznej podstawowej tego napięcia przedstawiono na rys.7.

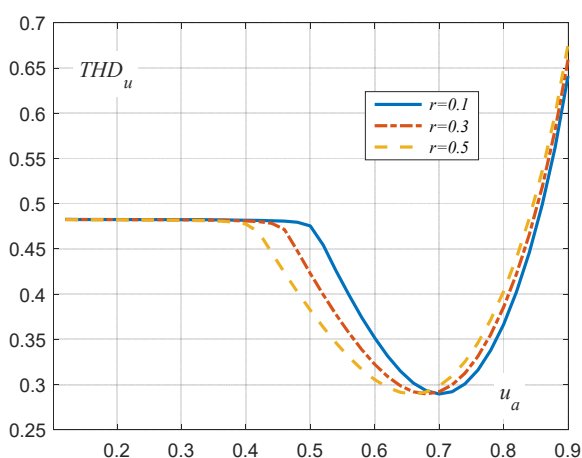
Relację między wyższymi harmonicznymi i harmonyczną podstawową napięcia odbiornika określa THD_u , którego wykres w funkcji u_a i r przedstawiono na rys.8



Rys. 7 Amplitudy pierwszej harmonicznej i wyższych harmonicznych napięcia odbiornika w funkcji amplitudy napięcia odbiornika i rezystancji



Rys. 9 Kąt przesunięcia fazowego pierwszych harmonicznych prądu obwodu względem napięcia odbiornika w funkcji amplitudy napięcia odbiornika i rezystancji .

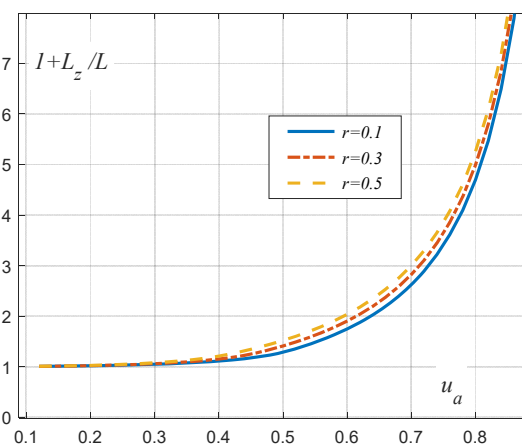


Rys. 8 Współczynnik zawartości harmonicznych napięcia odbiornika w funkcji amplitudy napięcia odbiornika i rezystancji .

Na tym wykresie wartość THD_u dla $u_a < u_b$ jest stała i nie zależy od r . Dopiero gdy u_a przekroczy tę wartość wartość THD_u maleje prawie dwukrotnie i następnie wzrasta do wartości ok. 0,7. Dla $r=0,1$ minimum THD_u występuje dla $u_a=0,7$. Wartości u_{ab} współrzędnej minimum są zależne od wartości r wraz ze wzrostem r maleją. Kształt wykresu na rys.8 wynika z relacji między amplitudą wyższych harmonicznych i amplitudą harmonicznej podstawowej. Dla $r=0,1$ i $0,5 < u_a < 0,7$ wartość amplitudy harmonicznej podstawowej determinuje wartość THD_u .

Współczynniki THD określają tylko relacje między amplitudami prądów i napięć obwodu harmonicznej podstawowej i obwodu wyższych harmonicznych. Ale energia przepływa ze źródła napięcia do rezystancji i nieliniowości energii tylko pierwszą harmoniczną prądu. Natężenie prądu zależne jest od charakteru obciążenia jakie „widzi” źródło. Dla określenia tego charakteru ważny jest kąt przesunięcia fazowego między prądem i napięciem odbiornika nieliniowego ϕ_{ui} , który określamy jest jako różnica między kątami przesunięcia pierwszych harmonicznych napięcia i prądu odbiornika względem napięcia źródła zasilania. Wykres przesunięcia fazowego odbiornika ϕ_{iu} przedstawiono na rys. 9.

Kąt ϕ_{ui} jest ujemny i ma minimalną wartość dla $u_a = u_b(4)$, dla maksymalnej wartości amplitudy napięcia na odbiorniku i dla bezprzerwowego przepływu prądu. Ta wartość minimalna wzrasta wraz z wartością r . Należy podkreślić, że to przesunięcie fazowe występuje dla jednoznacznej charakterystyki prądowo-napięciowej obciążenia. Konsekwencją tego przesunięcia fazowego jest występowanie indukcyjności w schemacie zastępczym nieliniowości. Przesunięcie fazowe prądu względem napięcia odbiornika dla $u_a > u_b$ dąży do zero wraz ze wzrostem u_a . Ale o schemacie zastępczym decyduje również przesunięcie w czasie momentu „załączenia” nieliniowości. A to przesunięcie czasowe rośnie wraz z u_a . Dlatego elementy schematu zastępczego (w tym indukcyjność zastępczą) należy wyznaczać na podstawie przesunięcia fazowego prądu względem napięcia zasilania. Na rys. 10 przedstawiono zależność bezwymiarowej indukcyjności zastępczej obwodu w funkcji amplitudy napięcia nieliniowego obciążenia u_a i rezystancji r .



Rys. 10 Indukcyjność względna obwodu w funkcji amplitudy napięcia odbiornika i rezystancji .

Indukcyjność zastępcza obwodu dla $u_a < 0,2$ jest bliska indukcyjności L ($L_z \approx 0$), dla $u_a \approx 0,64$ jest równa $2L$ ($L_z \approx L$).

Dla definicji mocy biernej jako iloczynu napięcia i pochodnej czasowej w [3] obserwowano ważne zjawisko. Całkowita moc bierna obciążenia nieliniowego o charakterystyce jednoznacznej była w przybliżeniu równa

zero, ale moc bierna liczona dla pierwszych harmonicznych tego obciążenia była dodatnia, różna od zero. Natomiast moc bierna wyższych harmonicznych jest ujemna, to znaczy, że obciążenie nieliniowe jest źródłem mocy biernej wyższych harmonicznych i że ta moc wydziela się w indukcyjności L . W efekcie obserwowany jest wzrost indukcyjności obwodu dla harmonicznej podstawowej. Zjawisko wzrostu indukcyjności obwodu stwierdzono również dla obciążenia nieliniowego w obwodzie trójfazowym [9]. Zjawisko to zostało potwierdzone eksperymentalnie przez Kohle [10] pomiarami parametrów pieca łukowego.

Uwagi końcowe

Analiza symboliczna zamieszczona w pracy jest bardzo użyteczna do organizacji analizy numerycznej obwodu prądu przemiennego z obciążeniem nieliniowym

Opracowano model obwodu prądu przemiennego z obciążeniem nieliniowym w Simulinku o parametrach sterowanych z programu w MATLABie do wyznaczania wielkości charakterystycznych badanego obiektu. Sposób analizy przebiegów stosowany w pracy był wcześniej wykorzystany w systemie pomiarowym prezentowanym w [11].

W pracy rozszerzono zakres napięć odbiornik do 0,9 amplitudy napięcia zasilania. Dzięki temu model może być użyteczny do analizy najczęściej występującego obciążenia nieliniowego – prostownika mostkowego. Badania prowadzono w zakresie $(0,1, 0,9)$. Rozpatrywano obwód harmonicznej podstawowej i obwód wyższych harmonicznych. Dla rozpatrywanego obciążenia dla $u_a < 0,537$ i dla $r=0$ zawartość harmonicznych (THD_u) w napięciu obciążenia jest stała.

Z rys.8 wynika, że najmniejsze THD_u występuje dla u_a w zakresie od 0,6 do 0,8 amplitudy napięcia zasilania. Wniosek ten może być użyteczny przy doborze indukcyjności L obwodu. Indukcyjność ta powoduje bardziej łagodniejszą pracę obciążenia nieliniowego, np. mostka prostowniczego. Łagodzi też wpływ tego obciążenia układ zasilania. Szczególnie interesujące zjawisko jest prezentowane na rys.10. Wraz ze wzrostem amplitudy

napięcia odbiornika nieliniowego obserwowany jest wzrost indukcyjności widzianej z zacisków źródła napięcia (dla harmonicznej podstawowej). Jest to znaczny wzrost, dla $u_a=0,8$ jest to wzrost pięciokrotny.

W pracy zaprezentowano tylko wybrane charakterystyki analizowanego obwodu.

LITERATURA

- [1] IEEE Std 519-2014, IEEE Recommended Practice and Requirements for Harmonic Control in Electric Power Systems, (Revision of IEEE Std 519-1992)
- [2] Wcislik M., Analiza obwodu jednofazowego prądu przemiennego z łukiem elektrycznym, XV Sympozjum "Zjawiska Nieliniowe", Białejewko 1987, 8' str.
- [3] M. Wcislik, "Powers balances in AC electric circuit with nonlinear load," Proceedings of 14th International Conference on Harmonics and Quality of Power - ICHQP 2010, 2010, pp. 1-6, doi: 10.1109/ICHQP.2010.5625336.
- [4] M. Wcislik i P. Strzabala, „Wyższe harmoniczne i moce w obwodzie prądu przemiennego z indukcyjnością i prostownikiem mostkowym,” Przegląd Elektrotechniczny, str. 118–121, Marzec 2016..
- [5] IEEE Standard, "Definitions for the measurement of electric quantities under sinusoidal, nonsinusoidal, balanced and unbalanced conditions" IEEE std. 1459-2010.
- [6] A. E. Emanuel, Power definitions and the physical mechanism of power flow, IEEE Press, John Wiley & Sons, Ltd, 2010.
- [7] R. Strzelecki, H. Supronowicz, Współczynnik mocy w systemach zasilania prądu przemiennego i metody jego poprawy, Oficyna Politechniki Warszawskiej, 2000.
- [8] <https://www.wolframalpha.com/input/?i=sum+1%2Fn%5E3,+n%3D1+to+infinity>.
- [9] M. Wcislik, The Characteristics of the Three-Phase Arc Furnace Balanced Circuit with Non-linear Arcs, Elektrowärme International 49(1991) B4, B212-B218
- [10] S. Köhle, Lineares Elektrisches Ersatzschaldbild von Drehstrom-Lichtbogenöfen, Elektrowärme International 43(1985) B1, B16-B25,
- [11] M. Wcislik, R. Kazala and M. Laskawski, "Network power quality monitoring system," Proceedings of 14th International Conference on Harmonics and Quality of Power - ICHQP 2010, pp. 1-6, doi: 10.1109/ICHQP.2010.5625308.