Łukasz DRÓŻDŻ, Jerzy ROJ[1]

DOI: 10.15199/48.2025.05.44

OPEN ACCESS

Propagacja błędów o charakterze deterministycznym przez algorytmy dyskretnej transformacji falkowej

Propagation of the Deterministic Errors by the Discrete Wavelet Transform algorithms

Streszczenie. *W artykule przedstawiono, w jaki sposob algorytmy dyskretnej transformacji falkowej przenoszą z wejścia na wyjście sygnały błędów o charakterze deterministycznym. W pracy zdefiniowano model błędu oraz wskazano ilościowy opis parametrow sygnału błędu zarowno na wejściu, jak i wyjściu algorytmu. Jako, że w opisie właściwości algorytmu stosowana jest transmitancja tego algorytmu, w artykule wskazano jak określać tę wielkośćc zarówno w sposob analityczny, jak i podczas stosowania gotowej implementacji algorytmu o nieznanej strukturze numerycznej.*

Abstract. *The article presents how discrete wavelet transform algorithms transmit deterministic error signals from input to output. The study defines an error model and provides a quantitative description of the error signal parameters at both the input and output of the algorithm. Since the algorithm's transfer function is used in describing its properties, the article indicates how to determine this value both analytically and when using a ready-made implementation of the algorithm with an unknown numerical structure.*

Słowa kluczowe: transformacja falkowa, model błędu, sygnał deterministyczny, transmitancja algorytmu
Keywords: wavelet transform, error model, deterministic signal, algorithm's transmittance

Wstęp

Od początku lat 90' aż do chwili obecnej algorytmy transformacji falkowej są bardzo popularnym narzędziem stosowanym podczas analizy danych pomiarowych. O ile we wczesnych latach 90' głównym nurtem w rozwoju tych algorytmów były prace nad opracowywaniem nowych rodzin falek, tak obecnie rozwoj ten skupiony jest na nowych aplikacjach algorytmu [1]. Można zatem zauważyć, że algorytmy te są bardzo istotną częścią torów pomiarowych, przy czym zwykle stanowią ich ostatnią część. Na podstawie wartości wielkości wyjściowych omawianych algorytmów podejmowane są decyzje o stanie obiektu, czy wystąpieniu analizowanego zjawiska [2, 3, 4, 5].

W przypadku algorytmów transformacji falkowej przewodnik [6] nie zawiera jasnych i przystępnych informacji w jaki sposob szacować wartość niepewności wielkości wyjściowych tych algorytmów. W poprzednich pracach autorow [7, 8] zaproponowano zatem podejście bazujące na modelu błędu, inspirowane pracami [9, 10, 11]. Dla stosowanego modelu wyrózniano sygnały błędów losowych oraz deterministycznych [12], przy czym dla sygnałow błędów deterministycznych definiowano rownież podział na statyczne i dynamiczne sygnały. W przypadku sygnału błędu dynamicznego kolejne wartości realizacji tego sygnału w obrębie pojedynczego okna pomiarowego (pojedynczej iteracji algorytmu) zmieniają się w sposob deterministyczny, natomiast w przypadku sygnału błędu statycznego są one stałe w obrębie pojedynczego okna pomiarowego (mogą natomiast przyjmować rózne wartości dla kolejnych realizacji wyznaczania wartości wielkości wyjściowych algorytmu).

Jako, że w poprzednich pracach przedstawiono jednolity model błędów dla sygnałow o charakterze losowym [7, 13], niniejsza praca poświęcona jest sygnałom o charakterze deterministycznym. W artykule zdefiniowano sygnał błędu dynamicznego oraz statycznego, wskazano istotne parametry opisujące analizowane sygnały błędów oraz przedstawiono rolę algorytmu transformacji falkowej w przenoszeniu ich z wejścia na wyjście tego algorytmu. W artykule przyjęto założenie, że algorytm transformacji falkowej nie wprowadza żadnych sygnałow błędów własnych. Tematyka ta stanowi odrębny problem badawczy, który przedstawiono w pracy [14].

Artykuł został podzielony na 4 części. Część pierwsza stanowi wstęp do artykułu i zawiera podsumowanie najważniejszych założeń. Część druga opisuje model sygnału błędu na wejściu algorytmu, wskazując przykład przyczyny powstawania takiego sygnału. W części trzeciej wskazano wpływ algorytmu transformacji falkowej na sygnał zdefiniowany w części drugiej, natomiast w części czwartej podsumowano najważniejsze wnioski płynące z artykułu.

Model sygnału błędu deterministycznego

Sygnały błędów o charakterze deterministycznym mogą mieć swoje źródło w wielu zjawiskach. Sygnały te można opisać jeżeli istnieje możliwość wskazania przebiegu analizowanego sygnału w funkcji czasu [12]. Przykładem takiego sygnału może być błąd spowodowany nieidealnymi właściwościami wzmacniacza pomiarowego, który wprowadzać będzie inne niż wymagane wzmocnienie lub przesunięcie fazowe [15]. Inny przykład stanowić może sytuacja w ktorej dla wybranego fragmentu toru pomiarowego zmienia się wartośc wzmocnienia statycznego w funkcji temperatury [16]. W podobny sposob modelować można sygnały błędów spowodowane opóźnieniami, przy czym sygnały te w pewnych okolicznościach mogą cechować się losową wartością amplitudy lub fazy [17, 18].

Niezależnie od żrodła sygnału błędu o charakterze deterministycznym istnieje możliwość przedstawienia jednolitego modelu tego sygnału w postaci rownania:

$$e_{det}(t) = \sum_{j=0}^{\infty} E_{e,j} \sin(\omega_j t + \varphi_{e,j}) \tag{1}$$

gdzie $E_{e,j}$ jest amplitudą oraz $\varphi_{e,j}$ fazą *j*-tej harmonicznej omawianego sygnału błędu o pulsacji ω_j. Zgodnie z wprowadzonym we wstępie podziałem na statyczne i dynamiczne sygnały błędów, z sygnału błędu opisanego równaniem (1) wyodrębnić można dwa składniki. Składnik pierwszy, stanowiący składową stałą analizowanego sygnału, stanowi część związaną ze statycznym sygnałem błędu:

(2) $$e_s(t) = E_{e,0}\sin(\varphi_{e,0})$$

przy czym zakłada się ω_0 = 0 rad/s oraz $\varphi_{e,0}$ = 0 rad. Pozostałe harmoniczne sygnału $e_{det}(t)$ o niezerowej pulsacji stanowią sygnał błędu dynamicznego:

(3) $$e_d(t) = \sum_{j=1}^{\infty} E_{e,j}\sin(\omega_j t + \varphi_{e,j}).$$

Odnosząc się do przykładów przedstawionych powyżej można wyobrazić sobie, że zmienne w czasie napięcie reprezentowane przez wielkość $s(t)$ przetwarzane jest przez wzmacniacz pomiarowy do postaci napięcia $y(t)$. Dla uproszczenia przykładu przyjęto, że wielkość $s(t)$ nie jest zakłócona żadnym sygnałem błędu. Przyjęto rownież, że idealna transmitancja analizowanego wzmacniacza wynosi $\dot{G}_y(j\omega)$, natomiast rzeczywista transmitancja tego obiektu oznaczona jest symbolem $G_y(j\omega)$ oraz $\tilde{G}_y(j\omega) \neq \dot{G}_y(j\omega)$.

Zakłada się, że analizowany obiekt jest liniowy, a jego transmitancja jest niezmienna w czasie [19].

Wobec powyższych założeń, sygnał błędu zdefiniowany w rownaniu (1) przyjmuje dla analizowanego przypadku postać:

(4) $$e_{y,det}(t) = \sum_{j=0}^{\infty} \tilde{K}_{y,j}E_{s,j}\sin(\omega_{s,j}t + \varphi_{s,j} + \tilde{\varphi}_{y,j}) - \sum_{j=0}^{\infty} \dot{K}_{y,j}E_{s,j}\sin(\omega_{s,j}t + \varphi_{s,j} + \dot{\varphi}_{y,j})$$

gdzie $\omega_{s,j}$ jest pulsacją, $E_{s,j}$ amplitudą oraz $\varphi_{s,j}$ jest fazą j-tej harmonicznej sygnału $s(t)$, natomiast wartości wprowadzanego wzmocnienia i przesunięcia w fazie wynoszą kolejno:

(5) $$K_{y,j} = \sqrt{\left(\Re\left(G_y\left(j\omega_{s,j}\right)\right)\right)^2 + \left(\Im\left(G_y\left(j\omega_{s,j}\right)\right)\right)^2}$$

(6) $$\varphi_{y,j} = \arctan\left(\frac{\Im\left(G_y\left(j\omega_{s,j}\right)\right)}{\Re\left(G_y\left(j\omega_{s,j}\right)\right)}\right)$$

Zgodnie z przyjętym podziałem dla rozważanego przykładu wyznaczyć można zatem sygnał błędu statycznego:

(7) $$e_{y,s}(i) = \left(\tilde{K}_{y,0} - \dot{K}_{y,0}\right)E_{s,0}$$

oraz dynamicznego:

(8) $$e_{y,d}(t) = \sum_{j=1}^{\infty} \tilde{K}_{y,j}E_{s,j}\sin(\omega_{s,j}t + \varphi_{s,j} + \tilde{\varphi}_{y,j}) - \sum_{j=1}^{\infty} \dot{K}_{y,j}E_{s,j}\sin(\omega_{s,j}t + \varphi_{s,j} + \dot{\varphi}_{y,j})$$

Zauważyć można, że postać sygnału opisanego rownaniem (8) odbiega od definicji przedstawionej w równaniu (3). Wskazana różnica wynika z faktu, że sygnał zdefiniowany w rownaniu (8) dla każdej j-tej harmonicznej posiada dwie składowe o identycznej pulsacji. Należy zatem wyznaczyć na podstawie parametrow tych składowych parametry wypadkowe składowej o zadanej pulsacji.

Zakładając, że analizowana j-ta harmoniczna sygnału błędu dynamicznego, posiadająca N_j składowych o pulsacji ω_j jest opisana rownaniem:

(9) $$e_{j,\Sigma}(t) = \sum_{i=0}^{N_j-1} e_{j,i}(t) = \sum_{i=0}^{N_j-1} E_{j,i}\sin(\omega_j t + \varphi_{j,i})$$

przedstawiając składniki tej harmonicznej w formie wektorów:

(10) $$\boldsymbol{e}_{j,i} = \begin{bmatrix} e_{j,i,a} & e_{j,i,b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{j,i}\cos(\varphi_{j,i}) & E_{j,i}\sin(\varphi_{j,i}) \end{bmatrix}$$

(11) $$\boldsymbol{e}_{\Sigma,j} = \begin{bmatrix} e_{\Sigma,j,a} & e_{\Sigma,j,b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{N_j-1} e_{j,i,a} & \sum_{i=0}^{N_j-1} e_{j,i,b} \end{bmatrix}$$

co można zapisać rownież jako:

(12) $$E_{j,\Sigma} = \sqrt{e_{\Sigma,j,a}^2 + e_{\Sigma,j,b}^2}$$

(13) $$\varphi_{j,\Sigma} = \arctan\left(\frac{e_{\Sigma,j,b}}{e_{\Sigma,j,a}}\right)$$

Stosując przekształcenia zgodnie z rownaniami od (9) do (13), rownanie (8) zapisać można w postaci:

(14) $$e_{y,d}(t) = \sum_{j=0}^{\infty} E_{y,e,j}\sin(\omega_{s,j}t + \varphi_{y,e,j})$$

przy czym wypadkowa amplituda $E_{y,e,j}$ oraz faza $\varphi_{y,e,j}$ wynoszą dla j-tej harmonicznej odpowiednio:

(15) $$E_{y,e,j} = E_{s,j}\left(\left(\tilde{K}_{y,j}\cos(\varphi_{s,o} + \tilde{\varphi}_{y,j}) - \dot{K}_{y,j}\cos(\varphi_{s,o} + \dot{\varphi}_{y,j})\right)^2 + \left(\tilde{K}_{y,j}\sin(\varphi_{s,o} + \tilde{\varphi}_{y,j}) - \dot{K}_{y,j}\sin(\varphi_{s,o} + \dot{\varphi}_{y,j})\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

(16) $$\varphi_{y,e,j} = \arctan\left(\left(\tilde{K}_{y,j}\sin(\varphi_{s,o} + \tilde{\varphi}_{y,j}) - \dot{K}_{y,j}\sin(\varphi_{s,o} + \dot{\varphi}_{y,j})\right)\cdot \left(\tilde{K}_{y,j}\cos(\varphi_{s,o} + \tilde{\varphi}_{y,j}) - \dot{K}_{y,j}\cos(\varphi_{s,o} + \dot{\varphi}_{y,j})\right)^{-1}\right)$$

Dla każdej harmonicznej sygnału błędu dynamicznego istnieje możliwość wyznaczenia wartości wariancji tej harmonicznej [19, 20]:

(17) $$\sigma_{y,d,j}^2 = \frac{1}{2}E_{y,e,j}^2$$

oraz związanej z nią wartości niepewności rozszerzonej dla poziomu ufności 1 − α [6]:

(18) $$U_{y,d,j} = \frac{1}{\sqrt{2}}c_d E_{y,e,j}$$

gdzie c_d jest współczynnikiem rozszerzenia rozkładu funkcji sinus dla przyjętego poziomu ufności [6, 21].

W przypadku sygnałów błędów statycznych zauważyć można, że wartości realizacji tych sygnałow są zawsze identyczne. To założenie dotyczy jednak pojedynczego okna pomiarowego (związanego np. z pojedynczą realizacją procesu pomiaru). W przypadku wielokrotnej realizacji procesu pomiaru, kolejne wartości realizacji omawianego sygnału błędu mogą być inne. Przykładem takiej sytuacji może być wpływ temperatury otoczenia na błąd zera wzmacniacza pomiarowego. W takim przypadku należy zidentyfikować parametry: wariancję $\sigma_{y,s}^2$, wartość oczekiwaną $E[e_{y,s}(t)]$, typ rozkładu realizacji analizowanego sygnału błędu oraz wynikający z niego współczynnik rozszerzenia $c_{y,s}$ odpowiedni dla przyjętego poziomu ufności.

Wyznaczenie parametrów opisanych dotychczas sygnałow błędu statycznego i dynamicznego pozwoli w kolejnym kroku wyznaczyć parametry tych sygnałów po przetworzeniu ich przez algorytm transformacji falkowej.

Algorytm transformacji falkowej

Jak wykazano w pracach [7, 8, 22] algorytm transformacji falkowej może zostać przedstawiony w postaci macierzowej. Zgodnie z tą właściwością, i-tą wielkość wyjściową $X_i(k)$ dla k-tej realizacji algorytmu opisuje rownanie:

$$X_i(k) = \sum_{j=0}^{N-1} a_{i,j} x(kN + j) \tag{19}$$

w którym symbolem $a_{i,j}$ oznaczono kolejne elementy macierzy transformacji algorytmu, symbolem $x(j)$ oznaczono kolejne wielkości wejściowe, natomiast symbolem N oznaczono liczbę wielkości wejściowych dla pojedynczej realizacji algorytmu. Należy zauważyć, że zgodnie z rownaniem (19) omawiany algorytm jest addytywny, a zatem mózliwa jest niezależna analiza wszystkich składowych sygnału błędu wielkości wejściowych algorytmu.

Dalsze rozważania zakładają, że analizowany algorytm przetwarza kolejne probki wielkości $x(j) = y(jT_p)$, gdzie T_p jest okresem probkowania wielkości wejściowych algorytmu oraz $j \in N$, zatem sygnał błędu dynamicznego na wejściu algorytmu zdefiniowany jest jako $_{ex,d}(j) = e_{y,d}(jT_p)$, natomiast sygnał błędu statycznego jako $e_{x,s}(j) = e_{y,s}(jT_p)$. Przyjmuje się rownież, że algorytm nie wprowadza do wielkości wyjściowych żadnych sygnałow błędów własnych.

Przekształcając rownanie (19) istnieje możliwość wyznaczenia transmitancji związanej z i-tą wielkością wyjściową algorytmu w postaci [23]:

$$K_i(\omega) = \left| H_i\left(e^{j\omega T_p}\right) \right| \tag{20}$$

natomiast podstawiając $z = e^{j\omega Tp}$ uzyskać można wartość wzmocnienia kolejnych harmonicznych sygnału przetwarzanego przez algorytm:

$$H_i(z) = \sum_{k=0}^{N-1} a_{i,k} z^{-k} \tag{21}$$

W pracach [7, 9, 10, 11] przedstawiono w jaki sposob identyfikować wartości współczynnikow $a_{i,j}$ macierzy transformacji algorytmu dysponując istniejącą implementacją tego algorytmu, natomiast w pracach [8, 24, 25] przedstawiono w jaki sposob analitycznie wyznaczać wartości tych współczynnikow. Niezależnie od sposobu wyznaczania wartości współczynnikow $a_{i,j}$ uzyskuje się te same wyniki dla identycznych parametrow algorytmu. Ze względu na stopie ń skomplikowania obliczeń, metoda analityczna jest jednak mniej przystępna z punktu widzenia projektanta toru pomiarowego.

Zgodnie z przedstawionymi zależnościami, wartość wariancji sygnałow błędów deterministycznych na wyjściu algorytmu dla i-tej wielkości wyjściowej wyznaczyć można zgodnie z równaniem:

$$\sigma_{X_i,d}^2(\omega) = \frac{1}{2} E_{x,e}^2(\omega) \left| H_i\left(e^{j\omega T_p}\right) \right|^2 \tag{22}$$

$$\sigma_{X_i,s}^2 = \left| H_i(1) \right|^2 \sigma_{x,s}^2 = \sigma_{x,s}^2 \left(\sum_{j=0}^{N-1} a_{i,j} \right)^2 \tag{23}$$

gdzie $E_{x,e}(\omega)$ jest wypadkową amplitudą przetwarzanej harmonicznej sygnału błędu dynamicznego o pulsacji ω, natomiast $\sigma_{x,s}^2$ jest wariancją sygnału błędu statycznego.

Wartości niepewności rozszerzonych dla analizowanych sygnałow wyznaczyć można na podstawie rownań [6, 26]:

$$U_{X_i,d}(\omega) = c_d \sigma_{X_i,d}(\omega) \tag{24}$$

$$U_{X_i,s} = c_{x,s} \sigma_{X_i,s} \tag{25}$$

gdzie dla przyjętego poziomu ufności cd jest współczynnikiem rozszerzenia rozkładu funkcji sinus, natomiast $c_{x,s}$ jest współczynnikiem rozszerzenia sygnału błędu statycznego na wejściu algorytmu [6, 21].

Ostatecznie wyznaczyć należy wartość wypadkowej wariancji oraz niepewności rozszerzonej dla wszystkich składowych sygnału błędu deterministycznego, przenoszonego na wyjście algorytmu transformacji falkowej. Należy w tym celu rozważyć istnienie korelacji pomiędzy kolejnymi wartościami realizacji składowych tego sygnału. Zauważyć można, że w analizowanym przypadku jedyne źrodło korelacji wynikać może z obecności wielu składowych sygnału błędu dynamicznego o tej samej pulsacji [19, 27]. Jako, że zjawisko to zostało już uwzględnione na etapie wyznaczania wypadkowych parametrow harmonicznych sygnału błędu dynamicznego na wejściu algorytmu, w omawianym przypadku zapisać można:

$$\sigma_{X_i,det}^2 = \sigma_{X_i,s}^2 + \sum_{j=1}^{\infty} \sigma_{X_i,d}^2(\omega_{x,j}) \tag{26}$$

gdzie $\omega_{x,j}$ jest pulsacją j-tej harmonicznej sygnału błędu dynamicznego wielkości wejściowej algorytmu.

W przypadku wartości wypadkowej niepewności rozszerzonej rachunki stają się bardziej skomplikowane z uwagi na kształt rozkładu składowych sygnału błędu dynamicznego, możliwość istnienia niewielkiej liczby składowych tego sygnału oraz możliwość pojawienia się dominującej składowej tego sygnału (algorytm może wzmacniać wybraną harmoniczną, tłumiąc jednocześnie pozostałe). Proponuje się w tym celu stosować np. metodę bazującą na zbiorach rozmytych [28] lub metodę wykorzystującą algorytm redukcyjnej arytmetyki interwałowej [29].

Przedstawione dotychczas rozważania zakładały, że z każdą i-tą wielkością wyjściową algorytmu związana jest inna transmitancja $H_i(z)$. założenie to pozwala analizować przypadki opisane między innymi w pracy [22], natomiast zwykle analiza upraszcza się do przypadku, w którym wyróznić można $N_d + 1$ róznych transmitancji, gdzie N_d stanowi liczbę iteracji procesu dekompozycji sygnału [24]. W opisanym przypadku z każdą wielkością wyjściową związana jest jedna z $N_d + 1$ transmitancji, przez co analiza znacznie się upraszcza [8, 30].

Wnioski

Wskazane powyżej zależności w sposób jednolity pozwalają na ilościowy opis parametrów sygnałów błędów o charakterze deterministycznym. Na podstawie zidentyfikowanej lub wyznaczonej analitycznie postaci transmitancji, związanej z kolejnymi wielkościami wyjściowymi algorytmu, istnieje możliwość wyznaczenia parametrow sygnałow błędów deterministycznych na wyjściu algorytmu. Przedstawiony opis jest uniwersalny niezależnie od analizowanego sygnału błędu.

Stosowanie przekształceń opisanych w rownaniach od (9) do (13) pozwala uprościć analizę, jednocześnie rozważając ewentualne korelacje pomiędzy składowymi sygnału błędu o jednakowych pulsacjach. W przypadku analizy obejmującej więcej niż jedną harmoniczną sygnału błędu dynamicznego o wybranej pulsacji, korelacje te uwzględnić należy wyznaczając wypadkową wartość wariancji sygnału błędu dynamicznego, co pokazano w pracy [27]. Zaproponowana w niniejszym artykule metoda jest jednak bardziej przystępna, co więcej pozwala ona na wyznaczenie wypadkowej wartości fazy dla analizowanej harmonicznej.

Niniejsza publikacja, w połączeniu z poprzednią pracą [7], traktującą o wpływie algorytmu transformacji falkowej na przenoszenie sygnałow błędów o charakterze losowym, pozwala na określenie parametrow sygnałów błędów o dowolnym charakterze na wyjściu analizowanego algorytmu.

Autorzy: *mgr inż. Łukasz Drózdż, dr hab. inż. Jerzy Roj prof. Pś, Katedra Metrologii, Elektroniki i Automatyki, Wydział Elektryczny, Politechnika ś ląska, ul. Akademicka 10, 44–100 Gliwice, email: lukasz.drozdz@polsl.pl, jerzy.roj@polsl.pl*

LITERATURA

[1] Tiantian Guo, Tongpo Zhang, Enggee Lim, Miguel Lopez-Benitez, Fei Ma i Limin Yu.: A review of wavelet analysis and its applications: Challenges and opportunities, IEEE Access 10 (2022), s. 58869–58903.
[2] M. Niedopytalski i A. Halinka.: Wykorzystanie przekształceń falkowych w przetwarzaniu sygnałów pomiarowych dla celów automatyki elektroenergetycznej, Przegląd Elektrotechniczny 98.12 (2022), s. 1–4.
[3] Muhammad Farooq Siddique, Zahoor Ahmad, Niamat Ullah i Jongmyon Kim.: A Hybrid Deep Learning Approach: Integrating Short--Time Fourier Transform and Continuous Wavelet Transform for Improved Pipeline Leak Detection, Sensors 23.19 (2023).
[4] R. Yan, R. X. Gao i X. Chen.: Wavelets for fault diagnosis of rotary machines: A review with applications, Signal Processing 96 (2014), s. 1–15.
[5] Y. Xie, Y. Yu i L. Li.: Discrete Wavelet Transform-Based Metal Material Analysis Model by Constant Phase Angle Pulse Eddy Current Method, Applied Sciences 13.5 (2023).
[6] Joint Committee for Guides in Metrology.: Evaluation of measurement data, Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, JCGM, 2008.
[7] J. Roj i Ł. Drózdż.: Propagation of Random Errors by the Discrete Wavelet Transform Algorithm, Electronics 10.7 (2021).
[8] M. Kampik, J. Roj i Ł. Drózdż.: Estimation of the resultant expanded uncertainty of the output quantities of the measurement chain using the discrete wavelet transform algorithm, Applied Sciences 14.9 (2024).
[9] T. Topor-Kaminski i J. Jakubiec.: Uncertainty modelling method of data series processing algorithms, 10th International Symposium on Development in Digital Measuring Instrumentation and 3rdWorkshop on ADC Modelling and Testing, t. 2, IMEKO, 1998, s. 631–636.
[10] J. Jakubiec.: The error based model of a single measurement result in uncertainty calculation of the mean value of series, Problems and progress in metrology: PPM'15, t. 20, 2015, s. 75–78.
[11] J. Jakubiec.: Model niepewności jako podstawa oceny dokładności algorytmów przetwarzania pomiarowego, Zesz. Nauk. Politechniki ś ląskiej, Elektryka Z. 169.1457 (2000), s. 7–36.
[12] K. H. Ruhm.: Deterministic, nondeterministic signals, Institute for Dynamic Systems i Control, Zurich, Switzerland, 2008.
[13] J. Roj i Ł. Drózdż.: Wpływ parametrow okna pomiarowego na przenoszenie błędów losowych przez algorytmy dyskretnej transformacji falkowej, Przegląd Elektrotechniczny 98.12 (2022), s. 9–13.
[14] Ł. Drózdż i J. Roj.: Origin and properties of own error signals of the discrete wavelet transform algorithms, International Journal of Electronics and Telecommunications 70.3 (2024), s. 643–648.
[15] B. C. Baker.: Application note AN682, Using Single Supply Operational Amplifiers in Embedded Systems, Microchip Technology Inc., 2011.
[16] Application note AN1636, Understanding and minimising ADC conversion errors, STMicroelectronics, 2003.
[17] M. Wymysło.: Badanie związkow między błędami opo´znień a innymi błędami w systemie pomiarowo-sterującym w oparciu o definicję współczynnika korelacji, Przegląd Elektrotechniczny 92.12 (2016), s. 217–220.
[18] Application note AN-815, Understanding Jitter Units, Renesas Electronics Corporation, 2020.
[19] A. V. Oppenheim, A. S. Willsky i S. H. Nawab.: Signals& Systems, Pearson New International Edition, 2 wyd., Pearson, 2013.
[20] J. Lal-Jadziak.: Przetwarzanie sygnałow. Wybrane zagadnienia, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, 2020.
[21] V. Horalek.: Analysis of basic probability distributions, their properties and use in determining type B evaluation of measurement uncertainties, Measurement 46.1 (2013), s. 16–23.
[22] Ł. Drózdż i J. Roj.: Wpływ parametrow banku filtrow na skuteczność redukcji szumu w sygnale pomiarowym przy zastosowaniu algorytmu dyskretnej transformacji falkowej, Zesz. Nauk. Wydz. Elektr. i Autom. Politechniki Gdańskiej 66 (2019), s. 11–14.
[23] A. V. Oppenheim i R. W. Schafer.: Discrete-time signal processing, 3 wyd., Pearson, 2009.
[24] P. S. Addison.: The illustrated wavelet transform handbook: introductory theory and applications in science, engineering, medicine and finance, 2 wyd., CRC Press, 2017.
[25] C. M. Akujuobi.: Wavelets and Wavelet Transform Systems and Their Applications, Springer, 2022.
[26] M. Kampik, J. Roj i Ł. Drózdż.: A method for estimating the resultant expanded uncertainty value based on interval arithmetic, Applied Sciences 14.16 (2024).
[27] J. Jakubiec.: Błędy i niepewności danych w systemie pomiarowo-sterującym, Wydawnictwo Politechniki śląskiej, 2010.
[28] M. K. Urbanski i J. Wąsowski.: Fuzzy approach to the theory of measurement inexactness, Measurement 34.1 (2003), s. 67–74.
[29] Ł. Drózdż i J. Roj.: Zastosowanie metody redukcyjnej arytmetyki interwałowej do bieżącej oceny właściwości metrologicznych toru pomiarowego, Przegląd Elektrotechniczny 99.12 (2023), s. 83–86.
[30] G. J. Lord, E. Pardo-Iguzquiza i I. M. Smith.: A practical guide to wavelets for metrology, National Physical Laboratory, 2000.